

7月(68) 神戸大

$f(x)$ が極値をもたない

↓

$f(x)$ が符号変化しない

$$f(x) = ax + \cos x + \frac{1}{2} \sin 2x \text{ かつ}$$

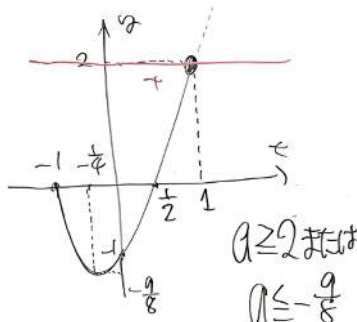
$$f'(x) = a - \sin x + \cos 2x \quad (t = \sin x)$$

$$= a(2t^2 + t - 1) \quad \text{開高2の全範囲}$$

$y = a$ と $y = 2t^2 + t - 1$ の
グラフの上下関係が不変

$$y = 2t^2 + t - 1 = 2(t + \frac{1}{4})^2 - \frac{9}{8}$$

$$= (2t - 1)(t + 1)$$



$$a \geq 2 \text{ かつ}$$

$$a \leq -\frac{9}{8}$$

69講

545 時刻tに端がある

546 単位時間あたりの変化率



ion

速さ

スカラー

545 $x = t^3 - 3t^2 - 9t + 1$

$$v = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 6t - 9 = 3(t+1)(t-3)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 6t - 6 \text{ かつ}$$

(1) $t=2$ のとき $v=-9, a=6$

(2) $t=-1, 3$ ← v の符号変化

546 $\vec{OP} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^t \cos t \\ e^t \sin t \end{pmatrix}$

速度 $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^t(\cos t - \sin t) \\ e^t(\sin t + \cos t) \end{pmatrix}$

速さ $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2} e^t$

547 (1) 2次近似 $f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{1}{2}f''(0)x^2$

背景 MacLaurin展開 27D-11

(C-31-3) 27D-11に展開
(C-31-4) の例

(C-31-5) ほぼ人用

$$f(x) \div f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2 + \frac{f'''(0)}{6}x^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots$$

(棒) 0点微分 $x=0$ を代入すると 両辺とも $f^{(n)}(0)$

(n-1)次以下は消える (n+1)次以上は消える

note 21

547 (1) $f(x) = f'(x) = f''(x) = e^x$

$$f(0) = f'(0) = f''(0) = 1 \text{ かつ}$$

$$e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2$$

(2) $f(x) = \cos x, f'(x) = -\sin x, f''(x) = -\cos x$

$$f(0) = 1, f'(0) = 0, f''(0) = -1 \text{ かつ}$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2}x^2$$

(3) 同様に

$$\lg(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2$$

547 (1) 2次近似 $f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{1}{2}f''(0)x^2$

背景 MacLaurin展開 27D-11

(C-31-3) 27D-11に展開
(C-31-4) の例

(C-31-5) ほぼ人用

$$f(x) \div f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2 + \frac{f'''(0)}{6}x^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots$$

(棒) 0点微分 $x=0$ を代入すると 両辺とも $f^{(n)}(0)$

(n-1)次以下は消える (n+1)次以上は消える

note 21

C-31-5 $x \geq 1$ のとき
 $x \cdot \log x \geq (x-1) \cdot \log(x+1)$ を証明

$x=1$ のとき両辺 0 同値

$x > 1$ のとき

帰納法 $\frac{\log x}{x-1} \geq \frac{\log(x+1)}{x}$ を示す

$f(x) = \frac{\log x}{x-1}$ とおき $f(x) \geq f(x+1)$

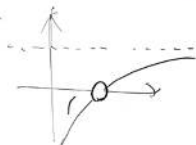
$\therefore f(x)$ が減少関数であることを示す

$\log e = 0$

$f(x) = \frac{\log x}{x-1}$ とおき $(x > 1)$

$f'(x) = \frac{\frac{1}{x}(x-1) - \log x \times 1}{(x-1)^2}$

$= \frac{(\frac{1}{x}-1) - \log x}{(x-1)^2}$



$g(x) = (\frac{1}{x}-1) - \log x$ とおき

$g'(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$

$= \frac{1-x}{x^2} < 0$

よって $g(x)$ は減少関数

$g(1) = 0$ より $x > 1$ のとき $g(x) < 0$

よって $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2} < 0$ より

$f(x)$ は減少関数

551 $x > 0$ のとき

$1 + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} > (1 - \frac{x^n}{n!})e^x$

証明 $f_n(x) = 1 + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}$ とおき

$\log(1+x)$ の
 270-11-
 証明

$f_n'(x) = f_{n-1}(x)$

$f_n(x) = f_{n-1}(x) + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}$

$\frac{\log x}{x-1}$ とおき $(x > 1)$

$\frac{\frac{1}{x}(x-1) - \log x \times 1}{(x-1)^2}$

$= \frac{(\frac{1}{x}-1) - \log x}{(x-1)^2}$

$= \frac{(\frac{1}{x}-1) - \log x}{(x-1)^2}$

$= \frac{(\frac{1}{x}-1) - \log x}{(x-1)^2}$

$g(x) = (\frac{1}{x}-1) - \log x$ とおき

$g'(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$

$= \frac{1-x}{x^2} < 0$

よって $g(x)$ は減少関数

$g(1) = 0$ より $x > 1$ のとき $g(x) < 0$

よって $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2} < 0$ より

$f(x)$ は減少関数