zemik2020-09-18（board）

9/18

国立組

- 2014 日大 平行六面体 ⇒ ヒマつぶし用
- 2013 日大 [4] ⇒ 添削

・520 今日

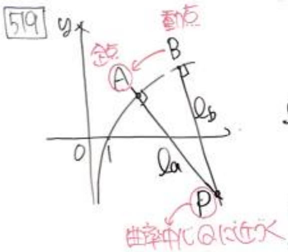
↓

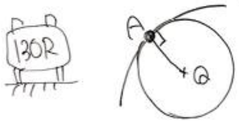
・日大 2013[4]

↓

・チャレ(65)

[519]





A$(a, \log a)$, B$(b, \log b)$　　$f(x)=\log x$

$y=\log x$ より $y'=\frac{1}{x}$　　$f'(x)=\frac{1}{x}$

ℓ_a: $y-\log a = -a(x-a)$

$\therefore y=-ax+a^2+\log a$

同様に ℓ_b: $y=-bx+b^2+\log b$

交点⇒連立

$(b-a)x = b^2-a^2+\log b-\log a$

$\therefore x = b+a+\frac{\log b-\log a}{b-a}$

B→Aとおると $b\to a$

$$\lim_{b\to a} x = \lim_{b\to a}\left(b+a+\frac{\log b-\log a}{b-a}\right) = 2a+\frac{1}{a}$$

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ ↓ $(b\to a)$ $f'(a)=\frac{1}{a}$

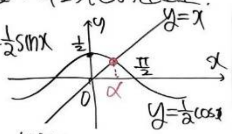
$\frac{0}{0}$ ⇒ 約分, 公式, $\boxed{\text{微分の定義}}$

よって

Q$\left(2a+\frac{1}{a},\right.$ $\left.\right)$ //

[520] 解けない漸化式の極限 + 平均値の定理

$f(x)=\frac{1}{2}\cos x$　　$f'(x)=-\frac{1}{2}\sin x$



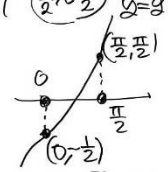
(1) $x=f(x)$ の解について

$g(x)=x-f(x)=x-\frac{1}{2}\cos x$ とおく

$g'(x)=1+\frac{1}{2}\sin x>0$ より　$\left(\frac{1}{2}\sim\frac{3}{2}\right)$

$g(x)$ は単調増加

$$\begin{cases} g(0)=-\frac{1}{2}<0 \\ g\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}>0 \end{cases}$$



より $g(x)=0$ は $0<x<\frac{\pi}{2}$ にただ1つ解をもつ ■

(2) $x=y$ のとき 両辺0より成立

$x\neq y$ のとき $\boxed{\text{平均値の定理より}}$

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=f'(c)=-\frac{1}{2}\sin c$$

となる c が x, y の間に存在

$|f'(c)|\leq\frac{1}{2}$ より

$$|f(x)-f(y)|=|f'(c)||x-y| \leq \frac{1}{2}|x-y| \ ■$$

$\therefore \lim_{n\to\infty} a_n=\alpha$ ■

(3) $a_1=a$, $a_{n+1}=f(a_n)$　（α は $x=f(x)$ の解）

両辺から $\alpha=f(\alpha)$ をひきざん

$a_{n+1}-\alpha=f(a_n)-f(\alpha)$

$|a_{n+1}-\alpha|=|f(a_n)-f(\alpha)|$

$\leq\frac{1}{2}|a_n-\alpha|$

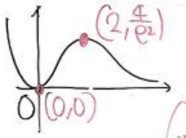
よって $0\leq|a_n-\alpha|\leq|a_1-\alpha|\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ → 0

極限とって $0\leq\lim_{n\to\infty}|a_n-\alpha|\leq 0$

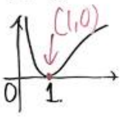
はさみうちの原理より $\lim_{n\to\infty}|a_n-\alpha|=0$

66講 グラフを意識せよ

521 (1) $y=\frac{x^2}{e^x}=x^2\cdot e^{-x}$



(2) $y=(\log x)^2$



522 $f(x)=\frac{x^2-5x+a}{x-1}$

$f'(x)=\cdots\cdots=\frac{x^2-2x+5-a}{(x-1)^2}$

$f'(2)=0$ より $a=5$ —(答)

が必要

増減表(略)

確かに $x=2$ で極値をもつ　十分性確認

極大値 $f(0)=-5$

極小値 $f(2)=-1$

$a=5$ //

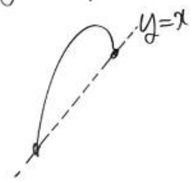
グラフ予想

和のグラフ

一方に他方を のせる or ケズる

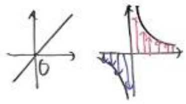
軸上

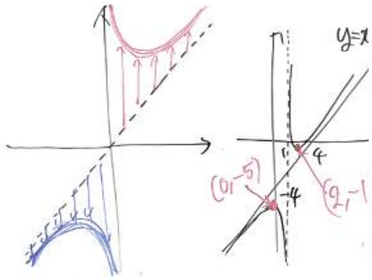
(例) $y=x+\sqrt{1-x^2}$



522 $f(x)=\frac{x^2-5x+5}{x-1}=x-4+\frac{1}{x-1}$

(例) $y=x+\frac{1}{x}$



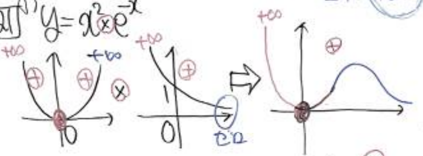


積のグラフ

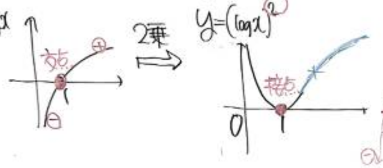
ゼロ点, 軸との上下, 端点

右端 $\infty\times 0=0$ 2次 指数

521 (1) $y=x^2\times e^{-x}$



(2) $y=\log x$ 　2乗 ⟹ 　$y=(\log x)^2$



523 Max $f(\frac{\pi}{6})=\frac{3\sqrt{3}}{4}$, min $f(\frac{5\pi}{6})=-\frac{3\sqrt{3}}{4}$ //

$f(x)=(1+\sin x)\times\cos x$　$(0\leqq x\leqq 2\pi)$

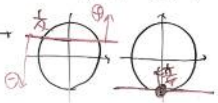
$f'(x)=\boxed{\cos x\times\cos x}+(1+\sin x)\times(-\sin x)$

$1-\sin^2 x$

$=-2\sin^2 x-\sin x+1$

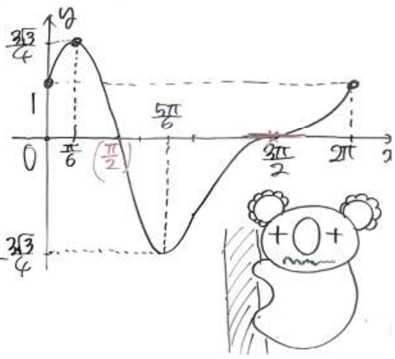
$=-(2\sin x-1)(\sin x+1)$

$f'(x)=0\iff\sin x=\frac{1}{2},-1$ より

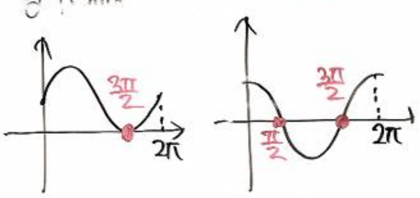


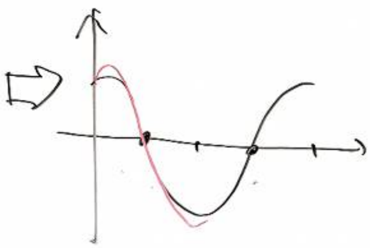
$x=\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6},\frac{3\pi}{2}$

x	0	…	$\frac{\pi}{6}$	…	$\frac{5\pi}{6}$	…	$\frac{3\pi}{2}$	…	2π
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	+	
$f(x)$	1	↗		↘		↗		↗	1

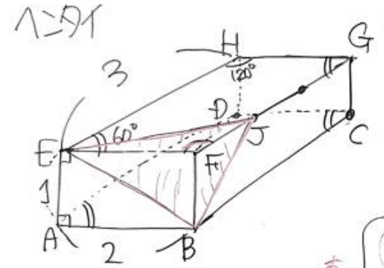


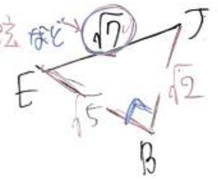
$y=1+\sin x$　　やりすぎ





ヘンタイ





余弦など $\sqrt{7}$

$FJ=1,\ JG=2$

(1) $\triangle EBJ=\frac{\sqrt{10}}{2}$

(2) $\triangle EBJ$ と FH の交点 K

$\overrightarrow{EF}$ $\overrightarrow{EA}$ $\overrightarrow{EH}$ と占める

連立

$\overrightarrow{EK}=s\overrightarrow{EB}+t\overrightarrow{EJ}$

$\overrightarrow{FK}=l\overrightarrow{FH}$ より

$\overrightarrow{EK}=(1-l)\overrightarrow{EF}+l\overrightarrow{EH}$

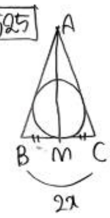
$\overrightarrow{EK}=\frac{1}{5}\overrightarrow{EB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{EJ}$ //

524 $f'(x)=e^{x}\times x(2x-a)\ (-1\leqq x\leqq 1$

⇒ $\frac{a}{2}$ と 1 の大小で場合分け

答 $a=3$

525



(1) △の成立条件より $0<x<1$

(2) 内接円半径 ⇒ 面積

$r=\frac{x\sqrt{1-x^2}}{1+x}$ 約

(3) $S(x)=\pi r^2=\pi\times\frac{x^2(1-x)}{1+x}$

$x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ で Max

$BC=2x=\sqrt{5}-1$ //

526 $f(x)=2x+\frac{ax}{x^2+1}$ （答 $a>16$）

$f'(x)=\underset{通分}{\overset{(略)}{\cdots}}=\frac{2x^4-(a-4)x^2+a-2}{(x^2+1)^2}$ ⊕

$f(x)$ の極値 ↕ 対応 $f'(x)$ の符号変化

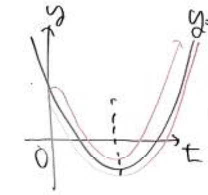
極大 ↕ ⊕から⊖へ　極小 ↕ ⊖から⊕へ

(分子): $g(x)=2x^4-(a-4)x^2+a-2$ とおく

偶関数

4次のまま　$t=x^2$ とおき 2次へ

2次 $g(x)=h(t)=2t^2-(a-4)t+a-2$

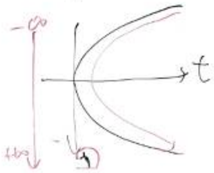


端 $h(0)=a-2>0$

軸 $\frac{a-4}{4}>0$

$D>0$ より

$a>16$

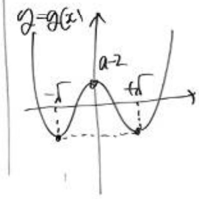


4次 $g'(x)=8x^3-2(a-4)x$

$=2x(4x^2-(a-4))$　$x^2=\frac{a-4}{4}$

$a-4>0$ が必要。このもとで

$g'(x)=0 \iff x=0,\ \pm\frac{\sqrt{a-4}}{2}$



$g(0)=a-2>0$

$g\left(\pm\frac{\sqrt{a-4}}{2}\right)=-\frac{1}{8}a(a-16)$ <0

より $a>16$ //

527 $l_t: y=-tx+e^t$ の通過領域

ただし $\lim_{x\to+0}x\cdot\log x=0$ 　$0\times(-\infty)$ 1次 対数

通過領域

① 逆手法 ― tの方程式

② FAXの原理 ― 関数

× ③ 包絡線 …… 接線扱い

③ tで微分

$e^t-x\cdot t-y=0$ より

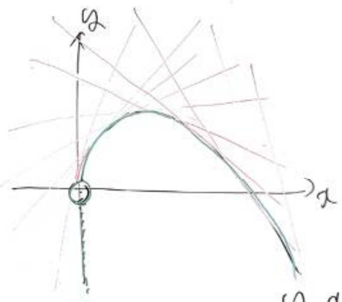
$e^t-x=0 \quad \therefore x=e^t$ 接点

$t=\log x$

tを消去

$y=x-x\cdot\log x$

$\iff y=x(1-\log x)$ 元の曲線



$y=x(1-\log x)$