

試験時間60分 解答は解答用紙に書いて、提出してください。

- ①  $2x^2 + 5xy - 3y^2 + x + 17y - 10$  を因数分解せよ。
- ②  $(x+1)(y+1)(xy+1) + xy$  を因数分解せよ。
- ③  $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$  を簡単にせよ。
- ④ 3次方程式  $x^3 + ax^2 + bx + 4a = 0$  (定数  $a, b$  は実数) が虚数解  $\frac{-5+\sqrt{7}i}{2}$  をもつとき、 $a, b$  の値と実数解を求めよ。
- ⑤ 等式  $x^3 - 1 = (x-2)^3 + a(x-2)^2 + b(x-2) + c$  が  $x$  についての恒等式となるとき、定数  $a, b, c$  の値を求めよ。
- ⑥ 3次方程式  $x^3 + (2a-1)x^2 - 3(a-2)x + a-6 = 0$  の3つの解のうち、ちょうど2つが等しいとき、定数  $a$  の値を定めよ。
- ⑦ 多項式  $P(x)$  を  $x-1$  で割ると8余り、 $x^2-4$  で割ると  $-2x+1$  余るとき、 $P(x)$  を  $(x-1)(x^2-4)$  で割ったときの余りを求めよ。

- 8 (1)  $x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 24x - 45 = 0$  は、 $x = 1 + \sqrt{2}i$  を解にもつ。その他の解をすべて求めよ。  
 (2) (1)の結果を用いて、 $x^4 - 4ix^3 + 8x^2 - 24ix - 45 = 0$  の解をすべて求めよ。

- 9  $\{(9 + 4\sqrt{5})^n + (9 - 4\sqrt{5})^n\}^2 - \{(9 + 4\sqrt{5})^n - (9 - 4\sqrt{5})^n\}^2$  を簡単にせよ。ただし、 $n$  は整数とする。

- 10 連立方程式  $\begin{cases} x + (a-1)y = -1 \\ ax + (a+3)y = 1 \end{cases}$  は  $a = \text{ } \square \text{ }^{\text{r}}$  のとき解が存在せず、 $a = \text{ } \square \text{ }^{\text{l}}$  のとき解が無数に存在する。

- 11  $a$  は定数とする。3つの数  $x, y, z$  は関係式  $xyz = 2(xy + yz + zx), x + y + z = a$  を満たす。

- (1)  $x, y, z$  のうち少なくとも1つが2であるとする。このとき、 $a$  の値を求めよ。  
 (2) (1)のもとで、 $x^3 + y^3 + z^3$  の値を求めよ。

- 12  $f(x) = x^2 + 2x + c$  について、 $x$  の方程式  $f(x) = 0$  が異なる2つの実数解をもち、 $f(f(x)) = 0$  が重解  $\alpha$  をもつとき、 $\alpha, c$  の値を求めよ。

- 13  $\alpha = 1 + \sqrt{3}i, \beta = 1 - \sqrt{3}i$  のとき  $\left( \frac{\beta^2 - 4\beta + 8}{\alpha^{n+2} - \alpha^{n+1} + 2\alpha^n + 4\alpha^{n-1} + \alpha^3 - 2\alpha^2 + 5\alpha - 2} \right)^3$  の値を求めよ。  
 ただし、 $n$  は2以上の自然数、 $i$  は虚数単位とする。