zemis2020-06-29（board）

223 $A+B+C=\pi$

(2) $\cos A+\cos B+\cos C=1+4\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$ を証明

$\cos A+\cos B=\cos\left(\frac{A+B}{2}+\frac{A-B}{2}\right)+\cos\left(\frac{A+B}{2}-\frac{A-B}{2}\right)$

$=2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$\cos C=\cos(\pi-(A+B))=-\cos(A+B)=-\cos 2\times\frac{A+B}{2}$

$=-\left(2\cos^2\frac{A+B}{2}-1\right)=1-2\cos^2\frac{A+B}{2}$

c^2-s^2, $1-2s^2$, $2c^2-1$

よって (左辺) $=1+2\cos\frac{A+B}{2}\left(\cos\frac{A-B}{2}-\cos\frac{A+B}{2}\right)$

$\left(\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2}\right)$　差　和

$=1+2\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2}\right)\times\left\{\cos\left(\frac{A}{2}-\frac{B}{2}\right)-\cos\left(\frac{A}{2}+\frac{B}{2}\right)\right\}$

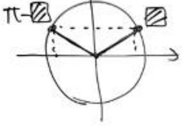
$(cc+ss)-(cc-ss)$

$=1+2\sin\frac{C}{2}\times 2\sin\frac{A}{2}\times\sin\frac{B}{2}$

$=1+4\sin\frac{A}{2}\cdot\sin\frac{B}{2}\cdot\sin\frac{C}{2}=$ (右辺) ■

(3) $\tan A+\tan B+\tan C=\tan A\cdot\tan B\cdot\tan C$ を証明

$C=\pi-(A+B)$ より



$\tan C=\tan(\pi-(A+B))$

$=-\tan(A+B)$

$=-\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$

消去の準ビ

分母はらうと

$-\tan C(1-\tan A\tan B)=\tan A+\tan B$

$\tan A\tan B\tan C=\tan A+\tan B+\tan C$ ■

① 左 → 右
② 右 → 左
③ 左 → ◎, 右 → ◎
④ その他

224 $0\leqq\theta<2\pi$

$\cos 2\theta+2\cos\theta=2a+1$

$2\cos^2\theta-1$

$\cos^2\theta+\cos\theta-1=a$

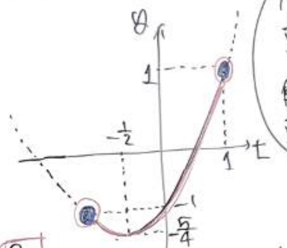
$t=\cos\theta$ とおくと

$t^2+t-1=a$

θの個数が問

$-1<t<1$ のとき θは2つ
$t=1,-1$ のとき θは1つ
$t>1,\ t<-1$ のとき θは0

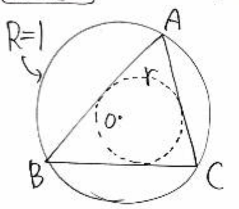
$y=t^2+t-1=\left(t+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$ と $y=a$ のグラフを利用



方程式での文字おきかえ ⇓ 解の個数の対応に注意

a	…	$-\frac{5}{4}$	…	-1	…	1	…
個数	0	2	4	3	2	1	0

チャレ(28)



$a=BC,\ b=CA,\ c=AB$, △ABCの面積Sとおく

外接円半径 $R=1$ → 正弦

内接円半径 $r\leqq\frac{1}{2}$ を示す

→ 面積

$\begin{cases}\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2\\ S=\frac{1}{2}(a+b+c)r\\ \quad=(\sin A+\sin B+\sin C)r\end{cases}$

統一　rだけ　角だけ

もう一つSの条件が必要　$S=\frac{1}{2}ab\cdot\sin C$ ← ①だけ ~~Heron~~

$=2\sin A\sin B\sin C$　角に統一

よって $2\sin A\sin B\sin C=(\sin A+\sin B+\sin C)r$

$r=\dfrac{2\sin A\sin B\sin C}{\sin A+\sin B+\sin C}$　Aim $\leqq\frac{1}{2}$

考察 ①　$4\sin A\sin B\sin C\leqq\sin A+\sin B+\sin C$　$\pi-(A+B)$

を示すことに帰着される.　和積

半角に統一

223(1) cos半角型 ②

29講 三角関数(2)

225 $M=2$, $m=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$

226 合成

$2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$, $\sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$, $2\sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$

227 tan加法定理 $\frac{\pi}{4}$ (45°)

228 (1) $2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$ より $M=2$, $m=-2$

(2) $\sqrt{3}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$ より $M=\frac{3}{2}$, $m=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

229 $t=\sin x+\cos x$ でおきかえ

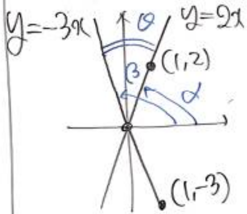
$M=\sqrt{2}+1$, $m=-\frac{5}{4}$

230 $2\sqrt{3}<$(与式)$\leqq 4$

231 半角 & 合成

$M=6$, $m=-3$

227 平行移動

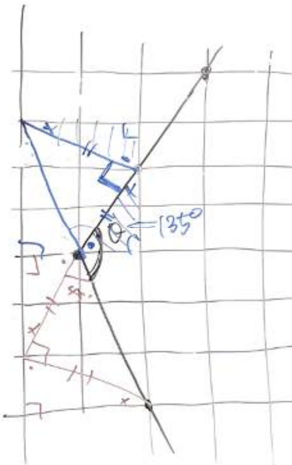


$\theta=\beta-\alpha$

$\tan\theta=\cdots$

$=1$ より $\theta=45°$

$\begin{cases}\tan\alpha=2\\ \tan\beta=-3\end{cases}$

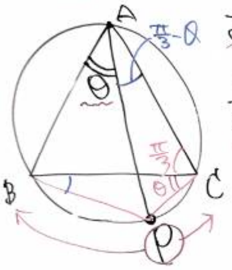


$\theta=\boxed{?}$

230 △ABC：一辺の長さ$\sqrt{3}$の正三角形

外接円半径 $R=\boxed{1}$ → 正弦

(1)



正弦定理より

$$\frac{PA}{\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)}=\frac{PB}{\sin\theta}=\frac{PC}{\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)}=2R$$

答

$PA+PB+PC$

$=2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)+2\sin\theta+2\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)$

和積 or 加法定理

$(SC+CS)+(SC-CS)$

P：劣弧BC

逆側は優弧

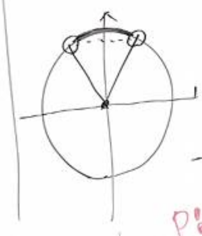
$=2\times2\sin\frac{\pi}{3}\cos\theta+2\sin\theta$

$=2\sqrt{3}\cos\theta+2\sin\theta$

$=4\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$

答

(2) $0<\theta<\frac{\pi}{3}$ より $\frac{\pi}{3}<\theta+\frac{\pi}{3}<\frac{2\pi}{3}$



$\frac{\sqrt{3}}{2}<\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)\leqq 1$

$2\sqrt{3}<PA+PB+PC\leqq 4$

P：円全体なら等号含む

《学習テーマ》 自解けるように

θの設定、(1)の誘導なしで!!

劣弧BC

① 回転対称性より

劣弧BCのみで考える

② 外接円 → 正弦

→ θの設定