

試験時間60分 解答は解答用紙に書いて、提出してください。

1 複素数  $z$  が  $z^4 + z^2 + 1 = 0$  を満たすとき、次の値を求めよ。

(1)  $z^6$

(2)  $|z|$

(3)  $|z - i|^2 + |z + i|^2$

2 複素数  $z$  が  $|z - 1| = |z + i|$ ,  $2|z - i| = |z + 2i|$  をともに満たすとき、 $z$  の値を求めよ。

3 次の方程式の解を求めよ。

$$z^4 = 32(-1 + \sqrt{3}i)$$

4  $z = \cos \frac{\pi}{10} + i \sin \frac{\pi}{10}$  のとき、次の式の値を求めよ。

(1)  $1 + z + z^2 + \dots + z^{19}$

(2)  $z \cdot z^2 \cdot \dots \cdot z^{19}$

5 複素数平面において、点  $z$  が原点を中心とし、半径が2の円上を動くとする。

$w = \frac{2z - i}{z + i}$  とするとき、次の問いに答えよ。

(1) 点  $w$  は、どのような図形を描くか。

(2)  $w$  の絶対値  $|w|$  の最大値を求めよ。

- 6 以下、複素数の偏角は  $0^\circ$  以上  $360^\circ$  未満とする。  
 2次方程式  $x^2 - 2x + 4 = 0$  の二つの解を  $\alpha, \beta$  とする。ただし、 $\alpha$  の虚部は正とする。  
 このとき  $\arg \alpha = \boxed{\text{キク}}^\circ$ ,  $\arg \beta = \boxed{\text{ケコサ}}^\circ$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \boxed{\text{シス}}, \quad \alpha^2 - \beta^2 = \boxed{\text{セ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}} i \text{ である。}$$

したがって  $\arg \frac{z - \alpha^2}{z - \beta^2} = 90^\circ$  を満たす  $z$  が描く図形は

$$|z + \boxed{\text{タ}}| = \boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$$

$\boxed{\text{テトナ}}^\circ < \arg z < \boxed{\text{ニヌネ}}^\circ$  を満たす部分である。

- 7  $\frac{z}{2} + \frac{1}{z}$  が  $0$  以上  $2$  以下の実数であるような複素数  $z (z \neq 0)$  を表す複素数平面上の点の集合を、式で表し、図示せよ。

- 8 \* 次の方程式は放物線、楕円、双曲線のいずれを表すか。また、その焦点の座標を求めよ。

(1)  $x - y^2 + 4y - 3 = 0$

(2)  $4x^2 + 9y^2 - 16x + 54y + 61 = 0$

(3)  $2x^2 - 9y^2 + 32x + 36y + 74 = 0$

- 9 \* 曲線  $13x^2 - 6\sqrt{3}xy + 7y^2 = 16$  を、原点を中心として  $-60^\circ$  だけ回転して得られる曲線の方程式を求めよ。