5/11 数学ゼミ 国立組.

テキスト ・1, 2. 3, 5講 つまみぐい

・4講 A, B 問.

まちがえて. 6講 までの解答を渡して
しまいました. まだ見ないでね

- オススメ過去問 2012. 金沢医大
- オススメサイト. 講義室 マロニエ.

QUIZ プリント.

5/8 (国公ゼミ数学)

- テキスト，演習課題

- 3/23～4/3 春期講習 (プリント)
  道具箱

- 4/20(月)～5/1(金) ライブ授業 テキスト
  1,2,3,5講 済
  ただし．A,B問が中心

- ライブ授業中に出された．課題
  (演習課題とは別) もある．

本日は，春期，ライブ授業の

<u>catch up</u>

ZOOMでのコミュニケーションを
練習などをやります．

7 C

$\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ の整数部分を a，小数部分を b $(0 \leqq b < 1)$ とするとき，$ab + b^2$ の値を求めよ．

8 C

(1)　$(ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$ を因数分解せよ．

(2)　$a^2 + b^2 = 1$，$c^2 + d^2 = 1$，$ac + bd = 1$ のとき，$ad - bc$，$a^2 + d^2$，$b^2 + c^2$ の値を求めよ．

入試問題にチャレンジ (1)

n を整数とするとき，

$$f(n) = |n-1| + |n-2| + |n-3| + \cdots + |n-99|$$

の最小値を求めよ．

(2010・産業医科大学)

15 C

x の連立不等式 $\begin{cases} 7x-5 \geqq 13-2x \\ x+a > 3x+5 \end{cases}$ を満たす整数 x がちょうど 3 個存在するような定数 a の値の範囲を求めよ．

16 C

A 地点から 26km 離れた B 地点に行くのに，初めはバスに乗り，途中タクシーに乗り換えて 40 分以内に B 地点に着きたい．バス停が A 地点から 2km ごとに設けられているとき，タクシーで走る距離をできるだけ少なくするには，A 地点からいくつ目のバス停で乗り換えればよいか．ただし，バスは時速 30km，タクシーは時速 50km とし，いずれも待ち時間はないものとする．

入試問題にチャレンジ (2)

不等式 $\sqrt{n+1}-\sqrt{n} > \dfrac{1}{100}$ を満たす自然数 n の最大値を求めよ．

(2009・東京医科大学)

23 C

a は定数とする．x の不等式 $(a-2)x^2+(4-a)x-2 \geqq 0$ を解け．

24 C

方程式 $x^2+18=9[x]$ を解け．ただし，$[x]$ は実数 x を越えない最大の整数を表すものとする．

入試問題にチャレンジ (3)

3 つの 2 次方程式 $x^2+2x-a=0$，$2x^2-ax+1=0$，$-ax^2+x+2=0$ が，ただ 1 つの共通の実数解をもつような定数 a の値を求めよ．

(2006・自治医科大学)

第4講　　集合と命題

(AB 予習)

$\boxed{1}$ 集合と要素，部分集合，補集合，空集合

はっきりした条件を満たすものの集まりを**集合**といい，集合を構成している1つ1つのものを集合の**要素**という．

a が集合 A の要素であるとき，a は集合 A に**属する**といい，記号で

$$\boldsymbol{a \in A}$$

と表す．

さらに，A のすべての要素が B の要素でもあるとき，すなわち，

$$x \in A \qquad \text{ならば} \qquad x \in B$$

が成り立つとき，A は B の**部分集合**といい，記号で

$$\boldsymbol{A \subset B}$$

と表す．

2つの集合 A，B において，$A \subset B$ かつ $B \subset A$ が成り立つとき，A と B の要素はすべて一致している．このとき，A と B は**等しい**といい，$\boldsymbol{A = B}$ と表す．

また，1つの集合 U の要素だけについて考えるとき，U を**全体集合**という．このとき，U の要素であって A の要素でないもの全体の集合を A の**補集合**といい，$\boldsymbol{\overline{A}}$ で表す．

特に，要素が1つもない集合を**空集合**といい，記号 $\boldsymbol{\phi}$ で表す．

$\boxed{2}$ 集合の共通部分と和集合

A と B の**共通部分**とは，A と B の両方に含まれる要素の全体の集合のことであり，$\boldsymbol{A \cap B}$ と表す．

A と B の**和集合**とは，A，B の少なくとも一方に含まれる要素全体の集合のことであり，$\boldsymbol{A \cup B}$ と表す．

一般に，補集合の包含関係については，次のことが成り立つ．

$$\boldsymbol{A \subset B} \qquad \textbf{ならば} \qquad \boldsymbol{\overline{A} \supset \overline{B}}$$

$\boxed{3}$ ド・モルガンの法則

$A \cup B$，$A \cap B$ の補集合について，次の**ド・モルガンの法則**が成り立つ．

$$\boldsymbol{\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}}$$

39 C

実数 x，y が $x^2+2y^2=1$ を満たしながら変化するとき，$\dfrac{1}{2}x+y^2$ の最大値，最小値を求めよ．さらに，そのときの x，y の値を求めよ．

40 C

放物線 $y=-x^2+6x$ と x 軸で囲まれる部分に内接する長方形 (一辺は x 軸上にある) のうちで，周の長さが最大になる長方形の 2 辺の長さを求めよ．

入試問題にチャレンジ (5)

k は実数の定数とする．関数 $f(x)=x^2-4|x|+k$ の最小値を $m(k)$，最大値を $M(k)$ とする．

(1)　$m(k)=2$ のとき，k の値を求めよ．

(2)　$-1 \leqq x \leqq 5$ のとき，$m(k)$，$M(k)$ をそれぞれ，k を用いて表せ．

(3)　関数 $y=f(x)$ のグラフを直線 $y=k$ に関して対称移動するとき，その最大値を求めよ．

(2000・滋賀医科大学)

第5講　2次関数(1)

1　**2次関数 $y=a(x-p)^2+q$ のグラフ**

a，p，q は実数，$a \neq 0$ とする．

2次関数 $y=a(x-p)^2+q$ のグラフは，放物線 $y=ax^2$ を x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動した放物線である．

軸の方程式は $x=p$，頂点の座標は $(p,\ q)$

2　**2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフ**

a，b，c は実数，$a \neq 0$ とする．

2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは，

$$y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

と平方完成できるから，放物線 $y=ax^2$ を

$$x\text{ 軸方向に }-\frac{b}{2a},\quad y\text{ 軸方向に }-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

だけ平行移動した曲線が2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフである．この放物線の

$$\textbf{軸の方程式は } x=-\frac{b}{2a},\quad \textbf{頂点の座標は } \left(-\frac{b}{2a},\ -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$$

33 A

次の 2 次関数のグラフをかけ．また，その軸の方程式，および，頂点の座標を求めよ．

(1) $y = x^2 - 2x + 2$

(2) $y = -2x^2 + 6x + 3$

(3) $y = (x + 3)(x - 2)$

34 A

次の関数について，それぞれ与えられた定義域における最大値，最小値を求めよ．

(1) $y = x^2 - 6x + 10 \quad (2 \leqq x \leqq 5)$

(2) $y = -\dfrac{1}{2}x^2 + 4x \quad (-2 \leqq x \leqq 1)$

35 A

次の条件を満たす放物線をグラフにもつ 2 次関数を求めよ．

(1) $x = 1$ において最小値 5 をとり，点 $(3,\ 7)$ を通る．

(2) 3 点 $(-1,\ 9)$，$(1,\ -1)$，$(2,\ 0)$ を通る．

36 B

(1) グラフが，放物線 $y=2x^2$ を平行移動した曲線で，点 $(1,\ 3)$ を通り，頂点が直線 $y=2x+1$ 上にある放物線の方程式を求めよ．

(2) 放物線 $y=x^2-4x+5$ を x 軸方向に a だけ平行移動し，その後，原点に関して対称移動する．続いて y 軸方向に b だけ平行移動し，その後，x 軸に関して対称移動すると，放物線 $y=x^2+18x+73$ と一致した．a，b の値を求めよ．

37 B

2 次関数 $f(x)=ax^2+2ax+b$ の区間 $-2 \leqq x \leqq 1$ における最大値が 11，最小値が 3 のとき，定数 a，b の値を求めよ．

38 B

a を定数，$f(x)=x^2-4ax+1$ とする．

(1) $0 \leqq x \leqq 2$ における $f(x)$ の最小値を求めよ．

(2) $0 \leqq x \leqq 2$ における $f(x)$ の最大値を求めよ．

39 C

実数x，yが$x^2+2y^2=1$を満たしながら変化するとき，$\dfrac{1}{2}x+y^2$の最大値，最小値を求めよ．さらに，そのときのx，yの値を求めよ．

40 C

放物線$y=-x^2+6x$とx軸で囲まれる部分に内接する長方形(一辺はx軸上にある)のうちで，周の長さが最大になる長方形の2辺の長さを求めよ．

入試問題にチャレンジ(5)

kは実数の定数とする．関数$f(x)=x^2-4|x|+k$の最小値を$m(k)$，最大値を$M(k)$とする．

(1) $m(k)=2$のとき，kの値を求めよ．

(2) $-1 \leqq x \leqq 5$のとき，$m(k)$，$M(k)$をそれぞれ，kを用いて表せ．

(3) 関数$y=f(x)$のグラフを直線$y=k$に関して対称移動するとき，その最大値を求めよ．

(2000・滋賀医科大学)

25 A

a，b は実数，n は自然数とする．次の命題の真偽を調べよ．

(1) $a=5$ ならば $a^2=25$ である．

(2) n が 2 の倍数ならば，n は 4 の倍数である．

(3) $a^2>b^2$ ならば $a>b$ である．

(4) ab が有理数ならば，a，b はともに有理数である．

26 A

全体集合 $U=\{n\,|\,1\leqq n\leqq 10,\ n\text{は自然数}\}$ の部分集合 A，B について，

$$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,\ 2,\ 5,\ 8\},\qquad A\cap B=\{3\},\qquad \overline{A}\cap B=\{4,\ 7,\ 10\}$$

がわかっている．このとき，A，B，$A\cap\overline{B}$ を求めよ．

27 A

赤球が 7 個，白球が 5 個，青球が 3 個入っている袋がある．この袋から最低何個を取り出せば，いずれかの色の球が 3 個以上その中に含まれるようにできるか．

【問題】2017 埼玉医大後期（聴き取り）

8 人の候補者がいる中から代表者 5 人を選びたい。

1001 票あるとして、他の候補者の獲得数に関わりなく代表者

に選ばれるとすれば何票必要か。

28 B

次の命題の逆，裏，対偶を述べ，その真偽を調べよ．

「$x+y=5$ ならば $x=2$ かつ $y=3$」

29 B

次の □ に適するものを，下の (a)，(b)，(c)，(d) から選べ．

(a)　必要十分条件である．

(b)　必要条件であるが十分条件でない．

(c)　十分条件であるが必要条件でない．

(d)　必要条件でも十分条件でもない．

(1)　n は自然数とする．n^2 を 3 で割ると余りが 1 であることは n を 3 で割ると余りが 1 であるための □

(2)　x，y は実数とする．$x=y=0$ は $x+y=0$ かつ $xy=0$ であるための □

(3)　x，y は実数とする．$x+y>0$ は $xy>0$ であるための □

(4)　a，b は実数とする．$b<0$ であることは，2 次方程式 $x^2+ax+b=0$ が実数解をもつための □

(5)　四角形の対角線の長さが等しいことは四角形が長方形であるための □

30 B

(1)　n を自然数とするとき，n^2 が 7 の倍数ならば，n は 7 の倍数であることを証明せよ．

(2)　$\sqrt{7}$ は無理数であることを証明せよ．

(3)　等式 $(2+3\sqrt{7})x+(1-5\sqrt{7})y=13$ を満たす有理数 x，y の値を求めよ．

31 C

1から1000までの整数全体の集合を全体集合Uとし，その部分集合A，B，Cを

$$A = \{n \mid n\text{は奇数},\ n \in U\}$$

$$B = \{n \mid n\text{は}3\text{の倍数でない},\ n \in U\}$$

$$C = \{n \mid n\text{は}18\text{の倍数でない},\ n \in U\}$$

とする．このとき，$A \cup B \subset C$であることを示せ．

32 C

次の(1)，(2)が成り立つことをそれぞれ示せ．

(1) 異なる$n+1$個の整数のうち，適当な2個を選べば，その差がnの倍数になることを示せ．

(2) 座標空間で，その座標がすべて整数であるような点を格子点という．座標空間に9個の格子点が与えられたとき，そのうちの2点を結ぶ線分で中点がまた格子点となるものが少なくとも1つ存在する．

入試問題にチャレンジ(4)

ある大学で実施された定期試験の結果について学生100人を対象にして調査したところ，物理学に合格した学生は75人，化学に合格した学生は80人，生物学に合格した学生は90人であった．これから，3科目とも合格した学生は少なくとも(　　)人であることがわかる．

(2001・兵庫医科大学)