5/18. 国立ぐみ

あとまわし。

- SSK
- 医科し科
  …… チェビジュ?
- チャレ(21)
- 中22コウ …..
- 逆手こ

チャレ(22)は次回

- 中23コウ 東大

相加・相乗

$a>0,\ b>0,\ c>0,\ d>0$ とする

$\boxed{2文字}$ $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ （等号 $a=b$）

$\boxed{3文字}$ $\dfrac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ （等号 $a=b=c$）

$\boxed{4文字}$ $\dfrac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$ （等号 $a=b=c=d$）

~~$\sqrt{\ } \Rightarrow$ 2乗　$\sqrt[3]{\ } \Rightarrow$ 3乗~~　あわてるな

地道に

$\boxed{2}$ $a+b-2\sqrt{ab} = (\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2-2\cdot\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$

$= (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$

$\boxed{a=(\sqrt[3]{a})^3\ など}$

$\boxed{3}$ $a+b+c-3\cdot\sqrt[3]{abc}$

$x=\sqrt[3]{a},\ y=\sqrt[3]{b},\ z=\sqrt[3]{c}$ とおく

$= x^3+y^3+z^3-3xyz$　3乗 3積

$= (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$

$+$

$= \dfrac{1}{2}(x+y+z)\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\} \geq 0$

$\boxed{4}$ $a+b+c+d-4\cdot\sqrt[4]{abcd}$

$a=(\sqrt[4]{a})^4$ など

$x=\sqrt[4]{a}$ など

$= x^4+y^4+z^4+w^4-4xyzw$

$=$ 公式なし.

$$
\begin{aligned}
a+b+c+d &= \underbrace{(a+b)}_{} + \underline{(c+d)} \\
&\geq 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{cd} \\
&= 2\left(\sqrt{ab} + \sqrt{cd}\right) \\
&\geq 2 \times 2\sqrt{\sqrt{ab} \times \sqrt{cd}} \\
&= 4\left((ab)^{\frac{1}{2}} \times (cd)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&= 4\,(abcd)^{\frac{1}{4}} \\
&= 4 \cdot \sqrt[4]{abcd} \quad \blacksquare
\end{aligned}
$$

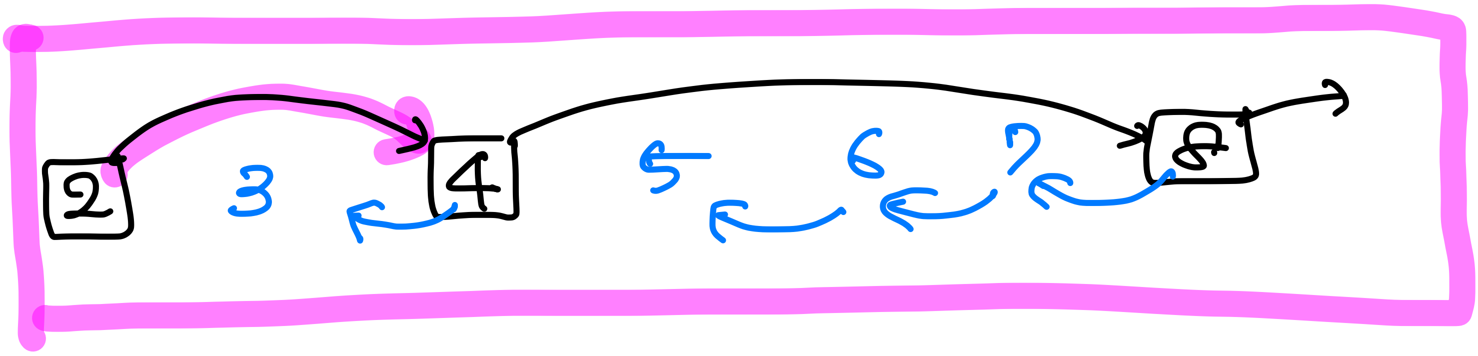
$$\sqrt{\ } = (\ )^{\frac{1}{2}}$$

等号成立は、

$a=b$ かつ $c=d$ かつ $\sqrt{ab} = \sqrt{cd}$

つまり、$a=b=c=d$ のとき

以上の考え方は、5文字以上に応用しにくい



二R目

$$\boxed{4} \longrightarrow \boxed{3}$$

$$\boxed{\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}}$$

$$d = \boxed{?}$$

$$\boxed{\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}}$$

$$\boxed{\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}}$$

$d = \boxed{?}$

$$\boxed{\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}}$$

方針1

左辺 $\frac{a+b+c+d}{4} = \frac{a+b+c}{3}$

となる $d = \frac{a+b+c}{3}$ を代入

方針2

右辺 $\sqrt[4]{abcd} = \sqrt[3]{abc}$

となる $d = \sqrt[3]{abc}$ を代入

$abcd = (abc)^{\frac{4}{3}}$

$d = (abc)^{\frac{1}{3}}$

$\boxed{\text{方針1, 2}}$ ともに証明できる

$\boxed{\text{方針2}}$

$$\boxed{\frac{a+b+c+d}{4} \geqq \sqrt[4]{abcd}}$$

に $d=\sqrt[3]{abc}$ を代入

$$\begin{cases} (\text{右辺}) = \sqrt[4]{abc \times \sqrt[3]{abc}} = \left((abc)^1 \times (abc)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} \\ \quad = (abc)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{abc} \\ (\text{左辺}) = \frac{1}{4}\left(a+b+c+\sqrt[3]{abc}\right) \end{cases}$$

$$\therefore \frac{1}{4}\left(a+b+c+\sqrt[3]{abc}\right) \geqq \sqrt[3]{abc}$$

$$a+b+c \geqq 3 \cdot \sqrt[3]{abc}$$

$$\therefore \frac{a+b+c}{3} \geqq \sqrt[3]{abc} \quad \text{■}$$

$\boxed{\text{方針1}}$ も同様

2 → 4 → 3 の練習.

A, B, a, b, c, d を実数とする.

(1) 不等式 $\left(\dfrac{A+B}{2}\right)^2 \leqq \dfrac{A^2+B^2}{2}$ を証明せよ.

(2) (1)を利用して，次の不等式を証明せよ.

$$\left(\frac{a+b+c+d}{4}\right)^2 \leqq \frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}$$

(3) (2)を利用して，次の不等式を証明せよ.

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2 \leqq \frac{a^2+b^2+c^2}{3}$$

(同志社大)

2 → 誘ドー → 4 → 3

(3)

$d = \boxed{}$ を(2)に代入

「n 個の任意の正の数 $a_1, a_2, \ldots, a_n$ について

Proposition

$$\sqrt[n]{a_1 a_2 \cdots a_n} \leqq \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$$

が成り立つ」という命題を $P(n)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $P(2)$ が正しいことを証明せよ。SSK(2)

(2) $P(k)$ が正しいとき，$P(2k)$ も正しいことを証明せよ。

(3) $P(k+1)$ が正しいとき，$P(k)$ も正しいことを証明せよ。

$2 \to 4 \to 8 \to 16 \to \cdots$ （1987　横浜国立大）

3　5 6 7

まちがえてつけちゃった.....

(1)　$a \geqq 1$, $b \geqq 1$ のとき，次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right) + \left(b^2 - \frac{1}{b^2}\right) \geqq 2\left(ab - \frac{1}{ab}\right)$$

(2)　$a \geqq 1$, $b \geqq 1$, $c \geqq 1$ のとき，次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\left(a^3 - \frac{1}{a^3}\right) + \left(b^3 - \frac{1}{b^3}\right) + \left(c^3 - \frac{1}{c^3}\right) \geqq 3\left(abc - \frac{1}{abc}\right)$$

（2007　早稲田大・教育）

$2 \longrightarrow 4 \longrightarrow 3$

【１】　2010 年｜東京医科歯科大学

a，b，c を相異なる正の実数とするとき，以下の各問いに答えよ。

(1)　次の 2 数の大小を比較せよ。

a^3+b^3 ,　　a^2b+b^2a

(2)　次の 4 数の大小を比較し，小さい方から順に並べよ。

$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)$,　　$(a+b+c)(ab+bc+ca)$,

$3(a^3+b^3+c^3)$,　　$9abc$

a，b，c を相異なる正の実数とするとき，以下の各問いに答えよ。

(1)　次の 2 数の大小を比較せよ。

a^3+b^3,　　a^2b+b^2a

($a=1,\ b=2$ だと
9 v.s 6)

$a^3+b^3-(a^2b+b^2a)$

$=a^2(a-b)+b^2(b-a)$

$=(a-b)(a^2-b^2)$

$=(a-b)^2(a+b)>0$　より

$a^3+b^3>a^2b+b^2a$

(2)　次の 4 数の大小を比較し，小さい方から順に並べよ。

$A=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)$, $B=(a+b+c)(ab+bc+ca)$,

$C=3(a^3+b^3+c^3)$,　　$D=9abc$

展開すれば…??

$(a,b,c)=(1,2,3)$ とすると….

$(A,B,C,D)=(84,\ 66,\ 108,\ 27)$
③　②　④　①

$D<B<A<C$ と予測

easy?

easy?

${}_4C_2=6$

(2) 次の 4 数の大小を比較し，小さい方から順に並べよ。

A $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)$，B $(a+b+c)(ab+bc+ca)$，

C $3(a^3+b^3+c^3)$，D $9abc$

$\boxed{B と A}$

$$A-B=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)-(a+b+c)(ab+bc+ca)$$

$$=(a+b+c)\{a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ca)\}$$

2乗マイナス積あたり

$$=(a+b+c)\times\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}>0$$

$\frac{1}{2}$ でくくると....

$$\therefore\ A>B.$$

$\boxed{C と A}$

$$C-A=3(a^3+b^3+c^3)-(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)$$

$$=3a^3+3b^3+3c^3-(a^3+b^3+c^3+a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+c^2a+ca^2)$$

$$=2a^3+2b^3+2c^3-(a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+c^2a+ca^2)$$

$$=(a^3+b^3-a^2b-ab^2)+(b^3+c^3-b^2c-bc^2)+(c^3+a^3-c^2a-ca^2)$$

(1)と同型

$$>0$$

$$\therefore\ C>A$$

(2) 次の 4 数の大小を比較し，小さい方から順に並べよ。

A $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)$，B $(a+b+c)(ab+bc+ca)$，

C $3(a^3+b^3+c^3)$，　D $9abc$

$\boxed{D \text{ と } B}$

$$B-D=(a+b+c)(ab+bc+ca)-9abc$$

$$=3abc+a^2b+a^2c+b^2c+b^2a+c^2a+c^2b-9abc$$

$$=a^2b+ac^2+b^2c+b^2a+c^2a+c^2b-6abc \quad 3\times 2abc$$

$$=a(b^2+c^2-2bc)+b(c^2+a^2-2ca)+c(a^2+b^2-2ab)$$

$$=a(b-c)^2+b(c-a)^2+c(a-b)^2>0$$

$$\therefore B>D$$

以上より

$$D<B<A<C$$

以上が，知識のない人が，
誘導にのる ＆ パズル的に
解いた 解法

チェビシェフの不等式 (背景)

結婚 & G.D.P.を高める.

チェビシェフの素

男: $a < b$ (小 大)

女: $x < y$ (小 大)

$$\underset{小\ 小}{ax} + \underset{大\ 大}{by} > \underset{小\ 大}{ay} + \underset{大\ 小}{bx}$$

$a < b < c$　　$x < y < z$

$$ax + by > ay + bx$$
$$ax + cz > az + cx$$
$$by + cz > bz + cy$$
$$+ \quad ax + by + cz = ax + by + cz$$

$$2(ax+by+cz) > \underbrace{a(y+z)}_{ax} + \underbrace{b(x+z)}_{by} + \underbrace{c(x+y)}_{cz}$$

$$3(ax+by+cz) > a(x+y+z) + b(x+y+z) + c(x+y+z)$$

$$3(ax+by+cz) > (a+b+c)(x+y+z)$$

入試問題にチャレンジ (21)　補足

実数 x，y，z について $(x+y+z)^2 \leqq 3(x^2+y^2+z^2)$ を示し，等号がいつ成り立つかを答えよ．これを用いて，命題

「$x^2+y^2+z^2 \leqq a$ ならば $x+y+z \leqq a$ である」

が真となる最小の正の実数 a を求めよ．

(2005・岡山大学)

誘導がなければ……

① 小　　② 大

「$x^2+y^2+z^2 \leqq a$ ならば $x+y+z \leqq a$ である」

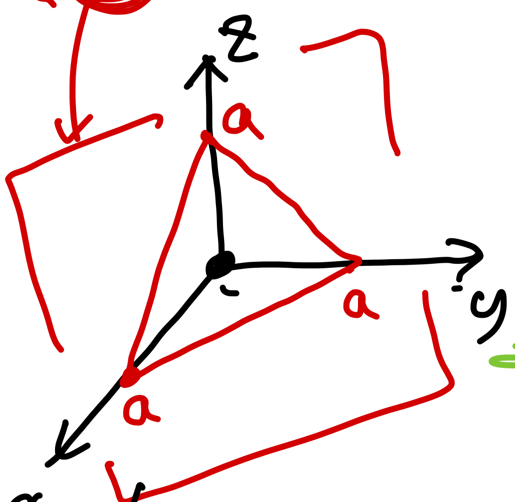
が真となる最小の正の実数 a を求めよ．

ぼくイケメン

$\boxed{\text{図形的に解く.}}$

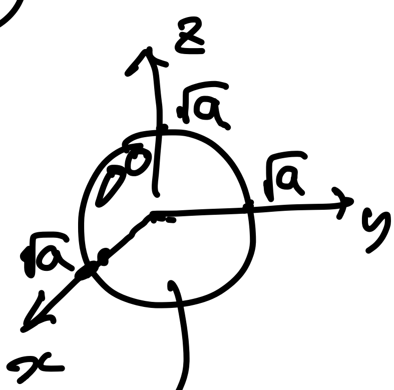
① : $x^2+y^2+z^2 \leqq a$　　球面

② : $x+y+z \leqq a$　　平面

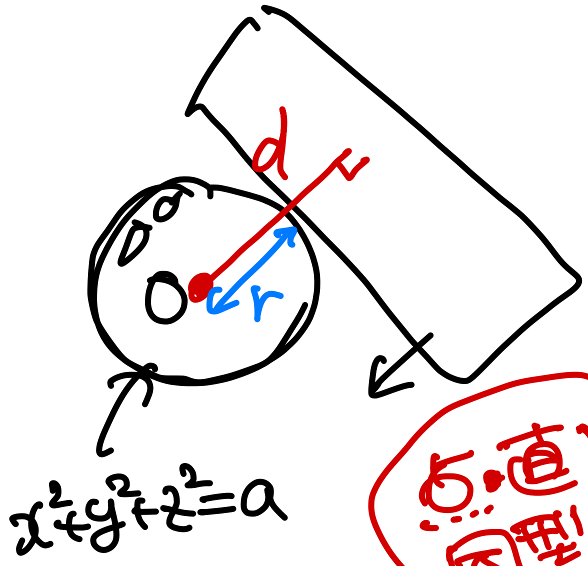


平面および原点側の領域

①



球面および内部



球の半径 $r=\sqrt{a}$
球の中心 O$(0,0,0)$ と
平面 $x+y+z-a=0$ の
きょり d は

点・直と同型!

$$d=\frac{|0+0+0-a|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{|a|}{\sqrt{3}}$$

条件より　$d \geqq r$

$(\sqrt{a})^2$

$$\frac{|a|}{\sqrt{3}} \geqq \sqrt{a}$$

$$\sqrt{a} \geqq \sqrt{3}$$

$$a \geqq 3$$

これをみたす最小の a は

$$\underline{a=3}$$

(前半)

$$(x+y+z)^2 \leqq 3(x^2+y^2+z^2) \qquad \cdots\ (*)$$

において,

$$\begin{aligned}(\text{右辺})-(\text{左辺}) &= 3(x^2+y^2+z^2)-(x+y+z)^2\\ &= 2(x^2+y^2+z^2)-2(xy+yz+zx)\\ &= (x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2 \geqq 0\end{aligned}$$

であるから, $(*)$ は成り立つ. 等号が成り立つのは $x=y=z$ のとき.

(後半)

　これより，$x^2+y^2+z^2 \leqq a$ のとき，

$$(x+y+z)^2 \leqq 3a$$

が成り立つから，

$$-\sqrt{3a} \leqq x+y+z \leqq \sqrt{3a}.$$

　したがって，$x+y+z$ は $x=y=z=\dfrac{\sqrt{3a}}{3}$ のとき，最大値 $\sqrt{3a}$ をとる．

　よって，「$x^2+y^2+z^2 \leqq a$ ならば $x+y+z \leqq a$ である」が真となる条件は，

$$\sqrt{3a} \leqq a.$$

　両辺を 2 乗すると，

$$3a \leqq a^2$$

$$a(a-3) \geqq 0.$$

　さらに，$a>0$ より，

$$a \geqq 3$$

であるから，求める最小の実数 a は，

$$a=3.$$

第22講　式と証明(2)

[1] 負の数の平方根

2乗すると -1 になる数の1つを**虚数単位**といい，i で表す．すなわち，

$$i^2=-1$$

さらに，

$$a>0 \text{のとき，} \sqrt{-a}=\sqrt{a}\,i \quad \text{特に，} \sqrt{-1}=i$$

[2] 複素数

a，b を実数とするとき，$a+bi$ の形の数を**複素数**といい，a を**実部**，b を**虚部**という．

[3] 複素数の相等

a，b，c，d は実数とする．複素数 $\alpha=a+bi$，$\beta=c+di$ に対して，

$$\alpha=\beta \iff a=c,\quad b=d$$

[4] 共役な複素数

a，b は実数とする．複素数 $\alpha=a+bi$ に対して，$a-bi$ を α と**共役な複素数**といい，$\overline{\alpha}$ と書く．

[5] 実数係数の方程式の虚数解

実数を係数とする n 次方程式が虚数解 α をもつとき，共役複素数 $\overline{\alpha}$ もその方程式の解である．

[6] 2次方程式の解と係数の関係

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の**2つの解を** α，β とすると，

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a},\qquad \alpha\beta=\frac{c}{a}$$

169 A

i を虚数単位とするとき，次の計算をせよ．

(1) $(4+5i)-(3-2i)$

(2) $(2+i)(1-i)$

(3) $\dfrac{2+5i}{1-3i}$

170 A

i を虚数単位とするとき，次の等式を満たす実数 x，y を求めよ．

(1) $(2i+3)x+(2-3i)y=5-i$

(2) $\dfrac{x+2i}{1+3i}=1+yi$

171 A

2 次方程式 $2x^2-4x+5=0$ の 2 つの解を α，β とするとき，次の式の値を求めよ．

(1) $\alpha^2+\beta^2$

(2) $(\alpha-\beta)^2$

(3) $\alpha^3+\beta^3$

$\boxed{１６９A}$　(1)　$1+7i$　(2)　$3-i$　(3)　$\dfrac{-13+11i}{10}$

【解法】$i^2=-1$　(3)分母実数化（有理化変形）

$\boxed{１７０A}$　(1)　$x=1, y=1$　(2)　$x=4, y=-1$

【解法】実部・虚部の比較　(2)は分母実数化よりも分母をはらうのが Better

$\boxed{１７１A}$　(1)　$\alpha^2+\beta^2=-1$　(2)　$(\alpha-\beta)^2=-6$　(3)　$\alpha^3+\beta^3=-7$

【解法】解と係数の関係＆対称式の変形

172 B

~~ド・モアブル~~

i を虚数単位とするとき，等式 $z^2 = 8 - 6i$ を満たす複素数 z をすべて求めよ．

$z = a+bi$ $(a, b$: 実数$)$

173 B

x の方程式 $x^2 + (m-3)x + m^2 - 6m - 3 = 0$ が実数解 α，β をもつとき，$\alpha^2 + \beta^2$ のとり得る値の範囲を求めよ．

対称性

$D \geqq 0$ を考慮

174 B

求まる

2 次方程式 $x^2 - 5x + 5 = 0$ の 2 つの解の小数部分を解とするような 2 次方程式のうち，x^2 の係数が 1 であるものを求めよ．

$1 \cdot (x - \square)(x - \triangle) = 0$

2019年度　FG　数学 IAIIB　【解答】２２講

$\boxed{１６９A}$　(1)　$1+7i$　(2)　$3-i$　(3)　$\dfrac{-13+11i}{10}$

【解法】$i^2=-1$　(3)分母実数化（有理化変形）

$\boxed{１７０A}$　(1)　$x=1, y=1$　(2)　$x=4, y=-1$

【解法】実部・虚部の比較　(2)は分母実数化よりも分母をはらうのが Better

$\boxed{１７１A}$　(1)　$\alpha^2+\beta^2=-1$　(2)　$(\alpha-\beta)^2=-6$　(3)　$\alpha^3+\beta^3=-7$

【解法】解と係数の関係＆対称式の変形

$\boxed{１７２B}$　$z=3-i, -3+i$

【解法】$z=a+bi$ とおき，実部・虚部の比較　(a, b：実数)

$\boxed{１７３B}$　$8\leqq\alpha^2+\beta^2\leqq 24$

KKK

【解法】判別式より $-1\leqq m\leqq 7$，解と係数の関係＆対称式の変形より $8\leqq\alpha^2+\beta^2\leqq 24$

$\boxed{１７４B}$　$x^2-x-2+\sqrt{5}=0$

【解法】元の２解は $\dfrac{5\pm\sqrt{5}}{2}$，その小数部分はそれぞれ，$\alpha=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}, \beta=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$

$(x-\alpha)(x-\beta)=0$ に代入して答えを得る。

$\dfrac{5+\sqrt{5}}{2}-3$　　$\dfrac{5-\sqrt{5}}{2}-1$

全体から整数部分をひく。

$\sqrt{5}=2.236\cdots$

$2<\sqrt{5}<3$

逆手法を少しだけ

【例題 08】関数 $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-x+1}$ の最大，最小を微分法を用いずに求めよ。

答　最大値 $\dfrac{3+2\sqrt{3}}{3}$，最小値 $\dfrac{3-2\sqrt{3}}{3}$

【例題 09】実数 x, y, z が関係式　$x^2+y^2+z^2-10x-11=0$, $x^2-yz-4x-5=0$ を満たすとき，

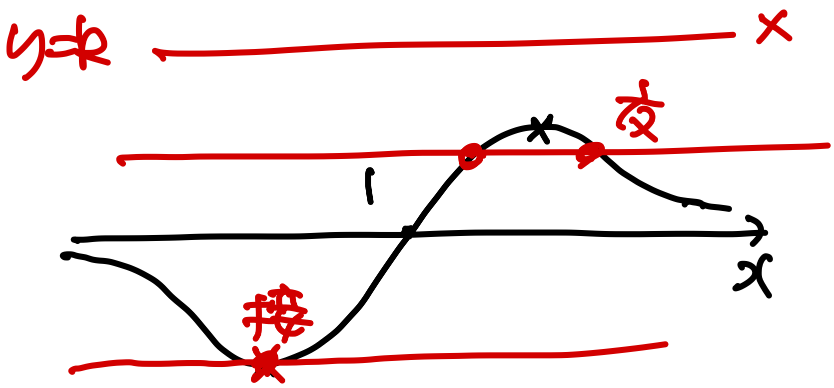
x のとり得る値の範囲を求めよ。

答　$-1 \leqq x \leqq 7$

$\boxed{\text{例}}$ $y=\dfrac{x-1}{x^2-x+1}$ の Max, min を求めよ。

$\dfrac{1次}{2次} \to 0$ $(x\to\pm\infty)$，分母≠0

∴ 漸近線 $y=0$　　∴ 漸近線ない

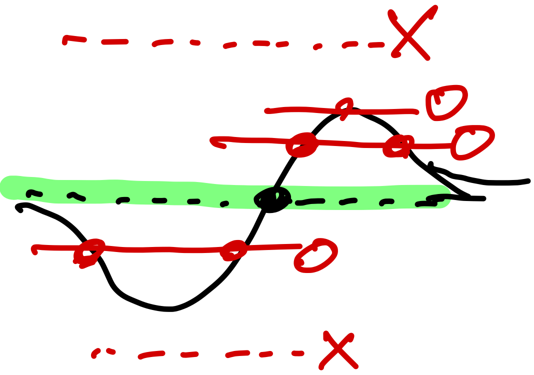


CTスキャン
MRI

$y=\dfrac{x-1}{x^2-x+1}$ と $y=k$ が

共有点をもつようなkの条件を求めよ。

$y=\dfrac{x-1}{x^2-x+1}$ と $y=k$ が共有点をもつような k の条件を求めよ。



$$k=\frac{x-1}{x^2-x+1}$$

注

$kx^2-(k+1)x+k+1=0$ ―(※)

~~いきなり $D\geqq 0$~~

(i) $k=0$ のとき　$x=1$ となる。　範囲内

(ii) $k\neq 0$ のとき　(※)は2次方程式

$$D=(k+1)^2-4k(k+1)\geqq 0$$

$$(k+1)(1-3k)\geqq 0$$

$$\therefore -1\leqq k\leqq \frac{1}{3}\quad (k\neq 0)$$

(i)(ii)より　$-1\leqq k\leqq \dfrac{1}{3}$

最小値 -1、最大値 $\dfrac{1}{3}$

$\boxed{\text{逆手法}}$　yの範囲を求めたい

→ yを定数扱い　$y=k$ とおく

未知数 → xの存在条件に帰着 → yの条件

＊ $\boxed{\text{別名}}$　逆像法、存在条件の利用

175 C

m は整数とする．x についての 2 次方程式 $x^2 - mx + 3m = 0$ が整数解をもつような m の値を求めよ．さらに，そのときの整数の解をすべて求めよ．

176 C

k は実数の定数とする．x についての 2 次方程式 $x^2 + kx + k^2 + 3k - 9 = 0$ が実数解をもつとき，その解の値の範囲を求めよ．

入試問題にチャレンジ (22)

0 以上の実数 s，t が $s^2 + t^2 = 1$ を満たしながら動くとき，方程式

$$x^4 - 2(s+t)x^2 + (s-t)^2 = 0$$

の解のとる値の範囲を求めよ．

(2005・東京大学)

$-3 \leqq x \leqq 5$

未知数

k は実数の定数とする．x についての 2 次方程式 $x^2 + kx + k^2 + 3k - 9 = 0$ が実数解をもつとき，その解の値の範囲を求めよ．

x

$\boxed{\text{具体例}}$ $x=1$ は範囲内？外？ → 代入

$k^2 + 4k - 8 = 0$

$k = -2 \pm 2\sqrt{3}$ 実数 内

$x=6$ は範囲内？外？ → 代入

$k^2 + 9k + 27 = 0$

$k = \dfrac{-9 \pm \sqrt{27}\,i}{2}$ 虚数 外

[解]

xを定数扱い．(代入した．つもり)

xに対して，実数kが存在するか

(存在 する → 内 / しない → 外)

kで整理．

$$k^2 + (x+3)k + (x^2-9) = 0$$

判別式

$$D = (x+3)^2 - 4(x^2-9) \geqq 0$$

$$-3x^2 + 6x + 45 \geqq 0$$

$$x^2 - 2x - 15 \leqq 0$$

$$(x-5)(x+3) \leqq 0$$

$$\therefore -3 \leqq x \leqq 5$$

k は実数の定数とする．x についての 2 次方程式 $x^2+kx+k^2+3k-9=0$ が実数解をもつとき，その解の値の範囲を求めよ．

x

自然流(法)
順手法

$$\left(x+\frac{k}{2}\right)^2+\frac{3}{4}k^2+3k-9=0$$

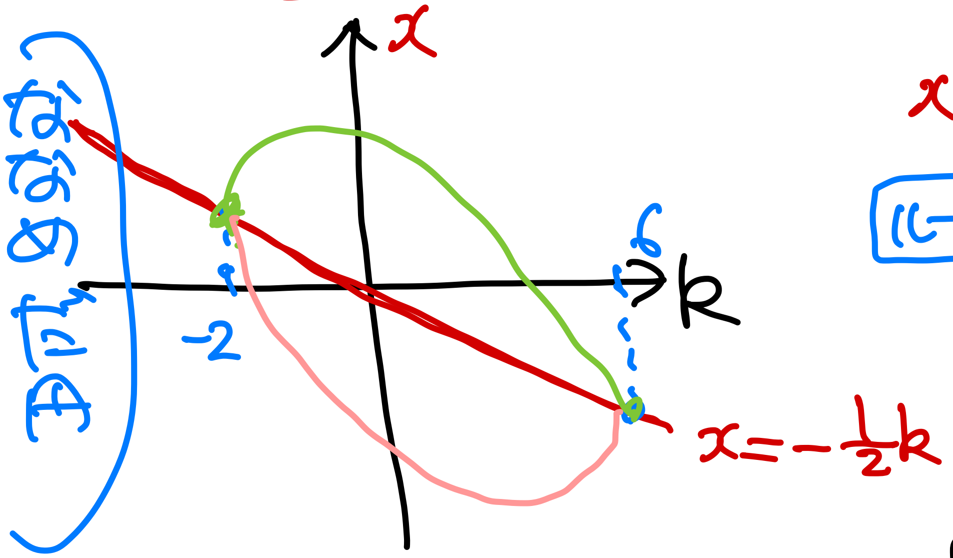
$$x+\frac{k}{2}=\pm\frac{\sqrt{3k^2+12k-36}}{2}$$

平方完成

解の公式

$$x=\frac{-k\pm\sqrt{3k^2+12k-36}}{2}$$

$$x=-\frac{1}{2}k\pm\frac{1}{2}\sqrt{3k^2+12k-36}$$



$x=\frac{1}{2}\sqrt{3k^2+12k-36}$

$\boxed{(ルート内)\geqq 0}$

$3(k^2+4k-12)\geqq 0$

$3(k+6)(k-2)\geqq 0$

$-2\leqq k\leqq 6$

$$\begin{cases} f(k)=-\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}\sqrt{3k^2+12k-36} \\ g(k)=-\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}\sqrt{3k^2+12k-36} \end{cases}$$

をどうじにグラフをかく．

175 C

少なくとも1つ.

m は整数とする．x についての 2 次方程式 $x^2 - mx + 3m = 0$ が整数解をもつような m の値を求めよ．さらに，そのときの整数の解をすべて求めよ．

- 問題文からは，2解がともに整数解とは言えない
- $\boxed{\text{KKK}}$ より，2解はともに整数である

2解を α, β とおく．$(\alpha \leqq \beta)$

KKKより $\begin{cases} \alpha+\beta = m & \text{――①} \\ \alpha\cdot\beta = 3m & \text{――②} \end{cases}$

①より，m は整数で，α と β のいずれかが整数．

よって，α, β はともに整数．

$\alpha\beta = 3(\alpha+\beta)$.

$(\alpha-3)(\beta-3) = 9$

整数×整数＝整数

小	$\alpha-3$	1	3	-9	-3
大	$\beta-3$	9	3	-1	-3

$(\alpha, \beta) = (4, 12), (6, 6), (-6, 2), (0, 0)$

$m = 16, 12, -4, 0$