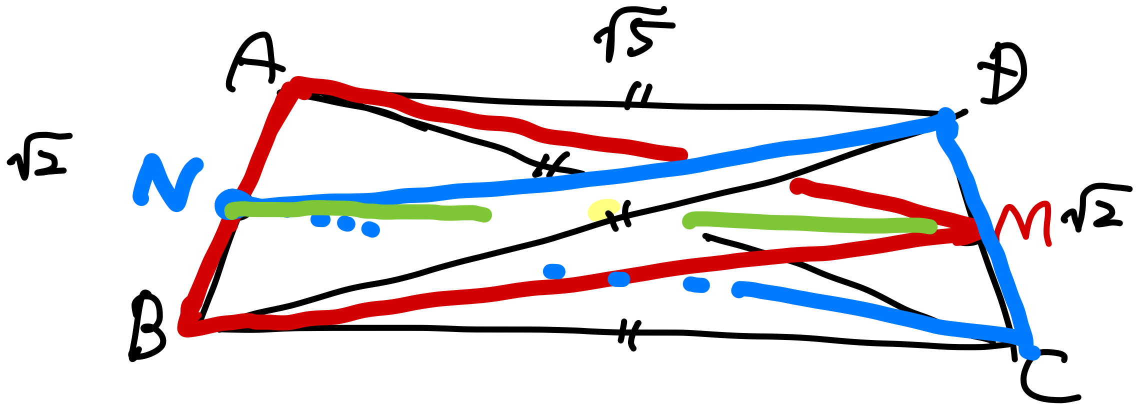
半径 r の球面上に異なる 4 点 A，B，C，D がある．

$$AB = CD = \sqrt{2}, \quad AC = AD = BC = BD = \sqrt{5}$$

であるとき，r の値を求めよ．

等面四面体であることに気づかなければ

対称性に着目して断面をとる．

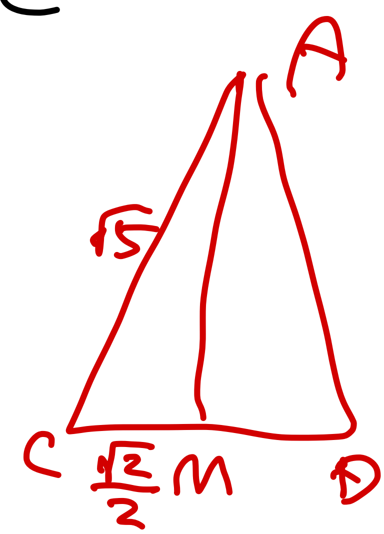


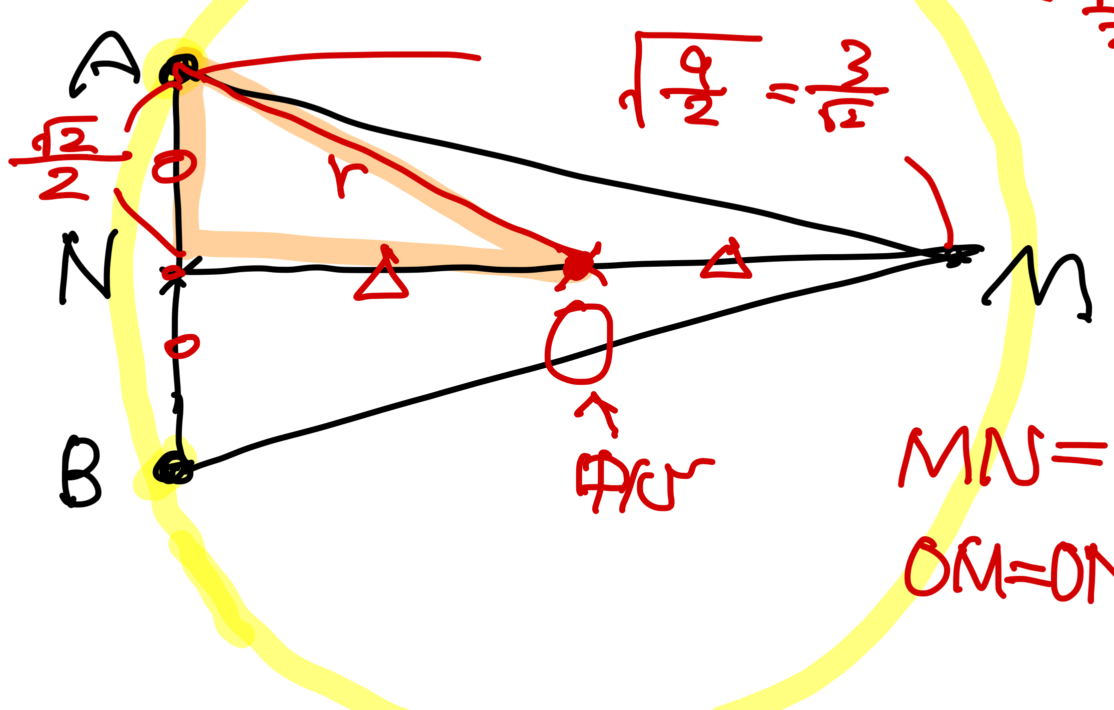
ABの中点N，CDの中点Mとして．

△ABM，△CDNに着目すると

MNで交わり，その中点Oが

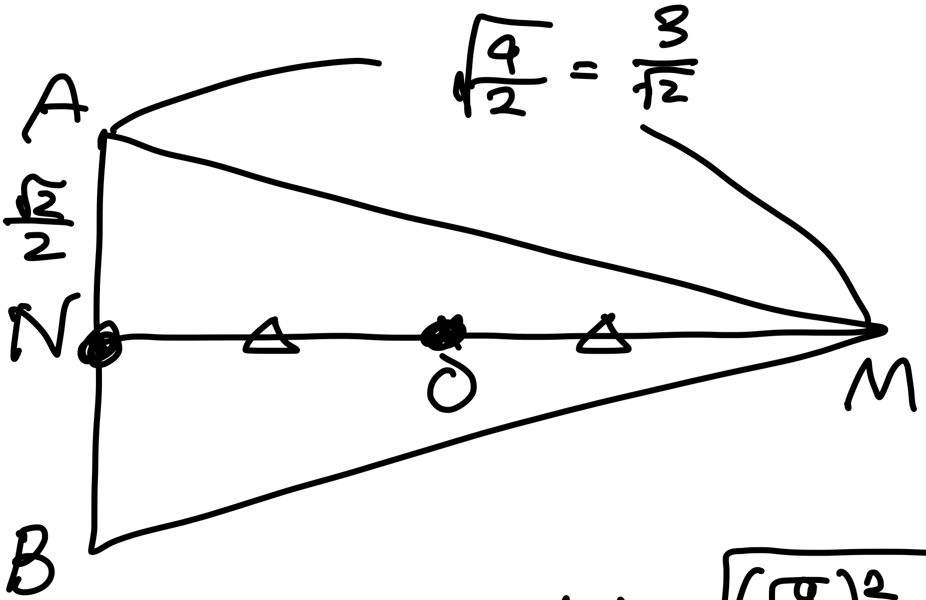
外接球の中心

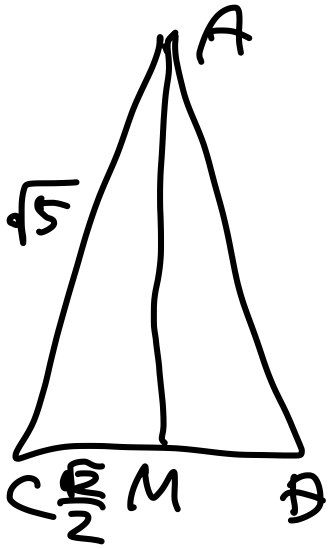




MN=2

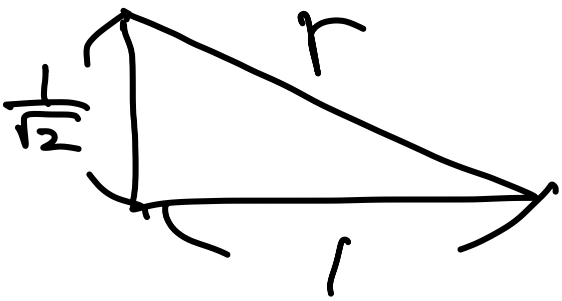
OM=ON=1





$$MN = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{9}{2}}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 2$$

$$OM = ON = 1$$



$$r = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

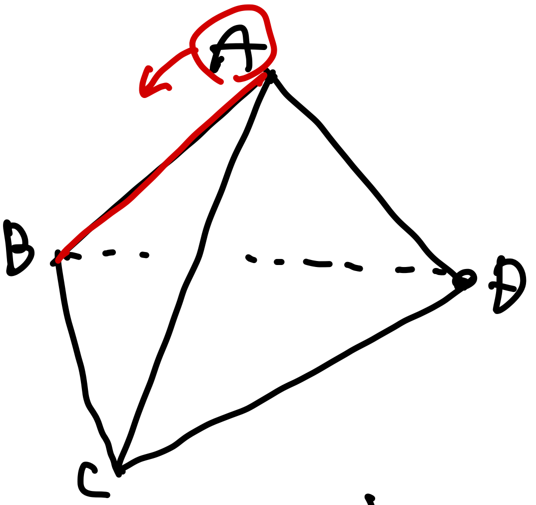
別　座標でも.（省略）

半径 r の球面上に 4 点 A，B，C，D がある．四面体 ABCD の各辺の長さは，

$$AB=\sqrt{3},\qquad AC=AD=BC=BD=CD=2$$

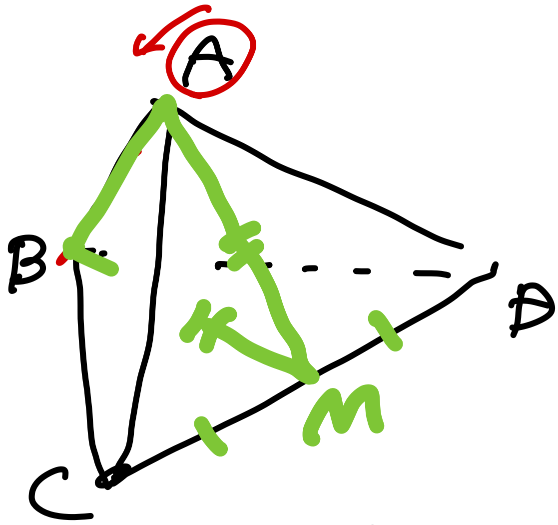
を満たしている．このとき，r の値を求めよ．

(2001・東京大学)



正四面体
(一辺2)

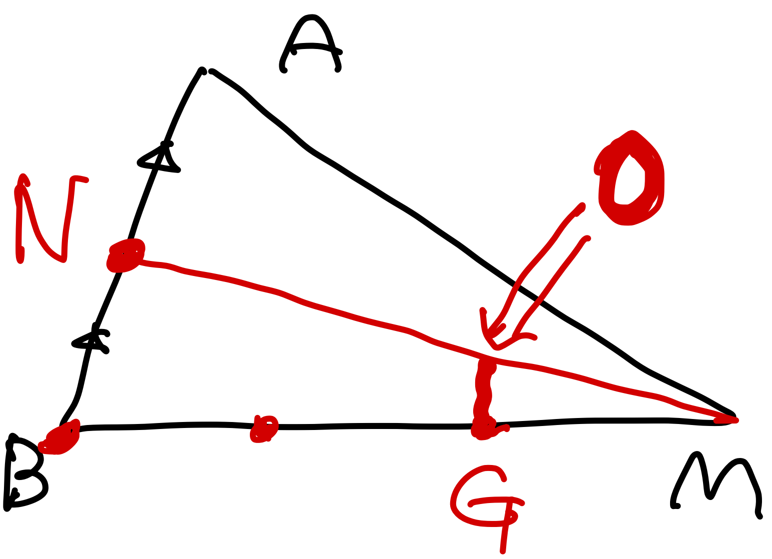
ABを
ちぢめる



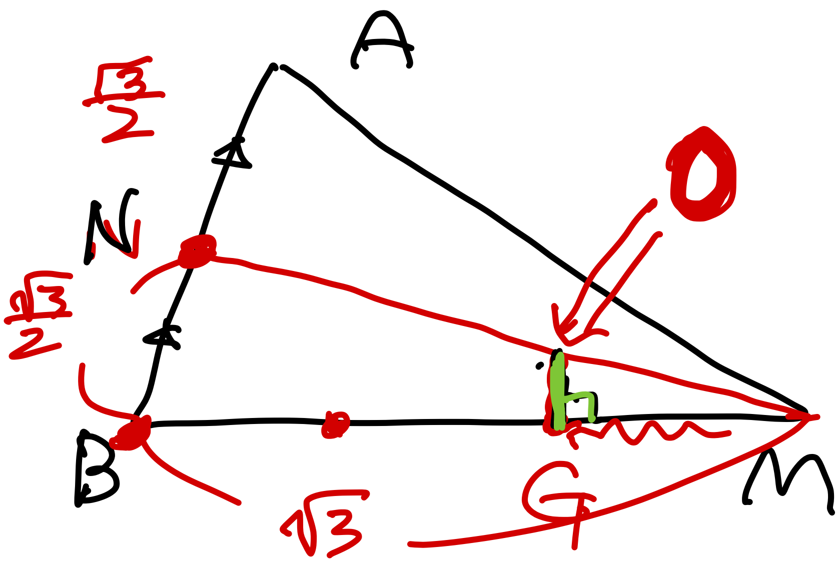
四面体ABCDの
外接球半径 r
を求めよ

対称性に着目して断面を考える

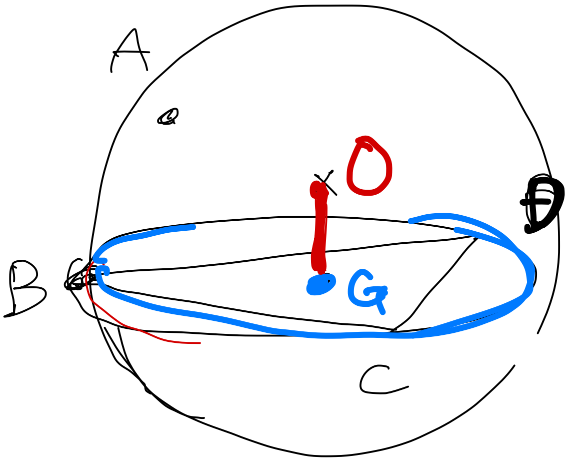
CDの中点をMとして，△ABMに着目



ABの中点をNとおくと
外接球の中心Oは
MN上にある．



ABの中点をNとおくと
外接球の中心Oは
MN上にある.

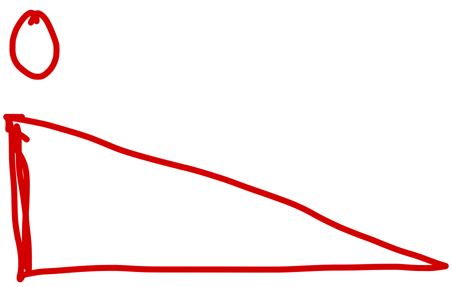


また△BCDの外心=重心を
Gとおくと OG⊥△BCD

$AN=BN=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $MN=\frac{3}{2}$

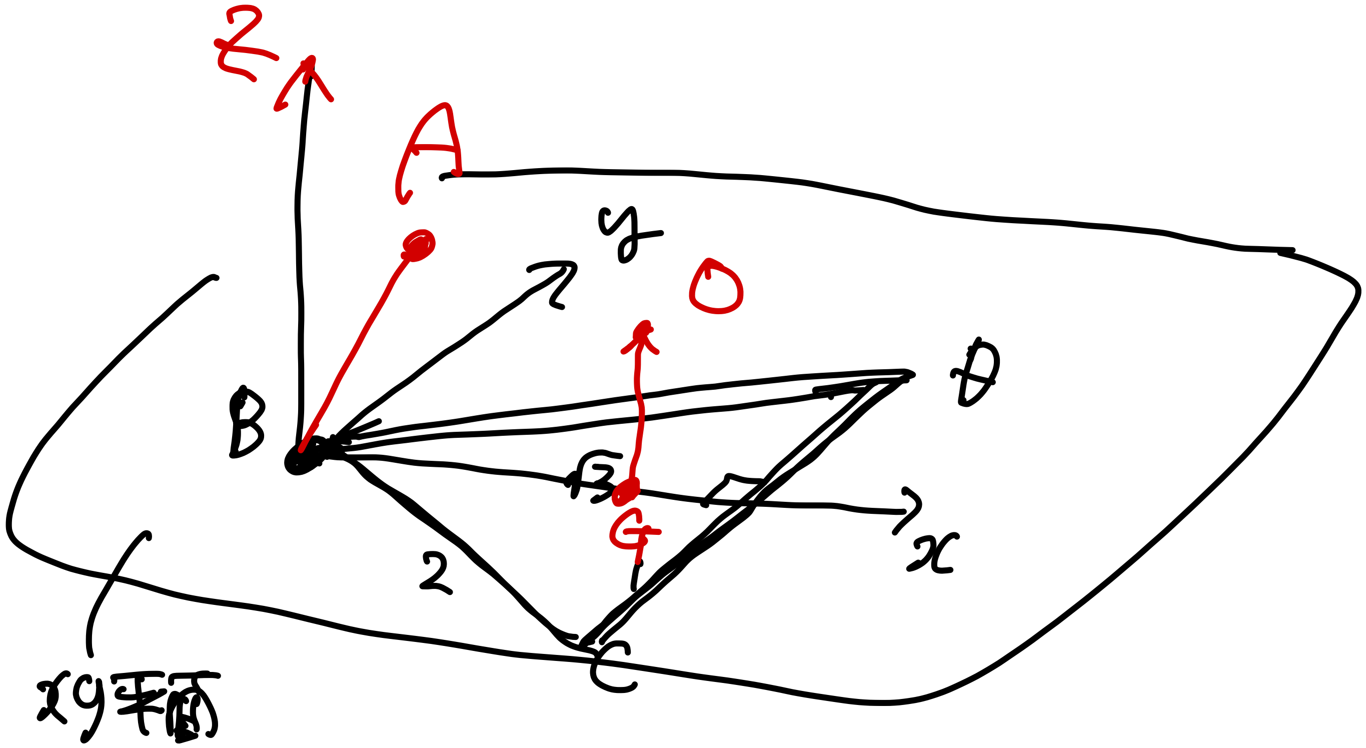
$AM=BM=\sqrt{3}$

$GM=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $BG=\frac{2\sqrt{3}}{3}$



$OG=\frac{1}{3}$

$$\therefore\ r=OB=\sqrt{BG^2+OG^2}=\frac{\sqrt{13}}{3}$$



B(0,0,0)　C($\sqrt{3}$,−1,0),　D($\sqrt{3}$,1,0)

頂点Aはxz平面上　A(a,0,c)とおく

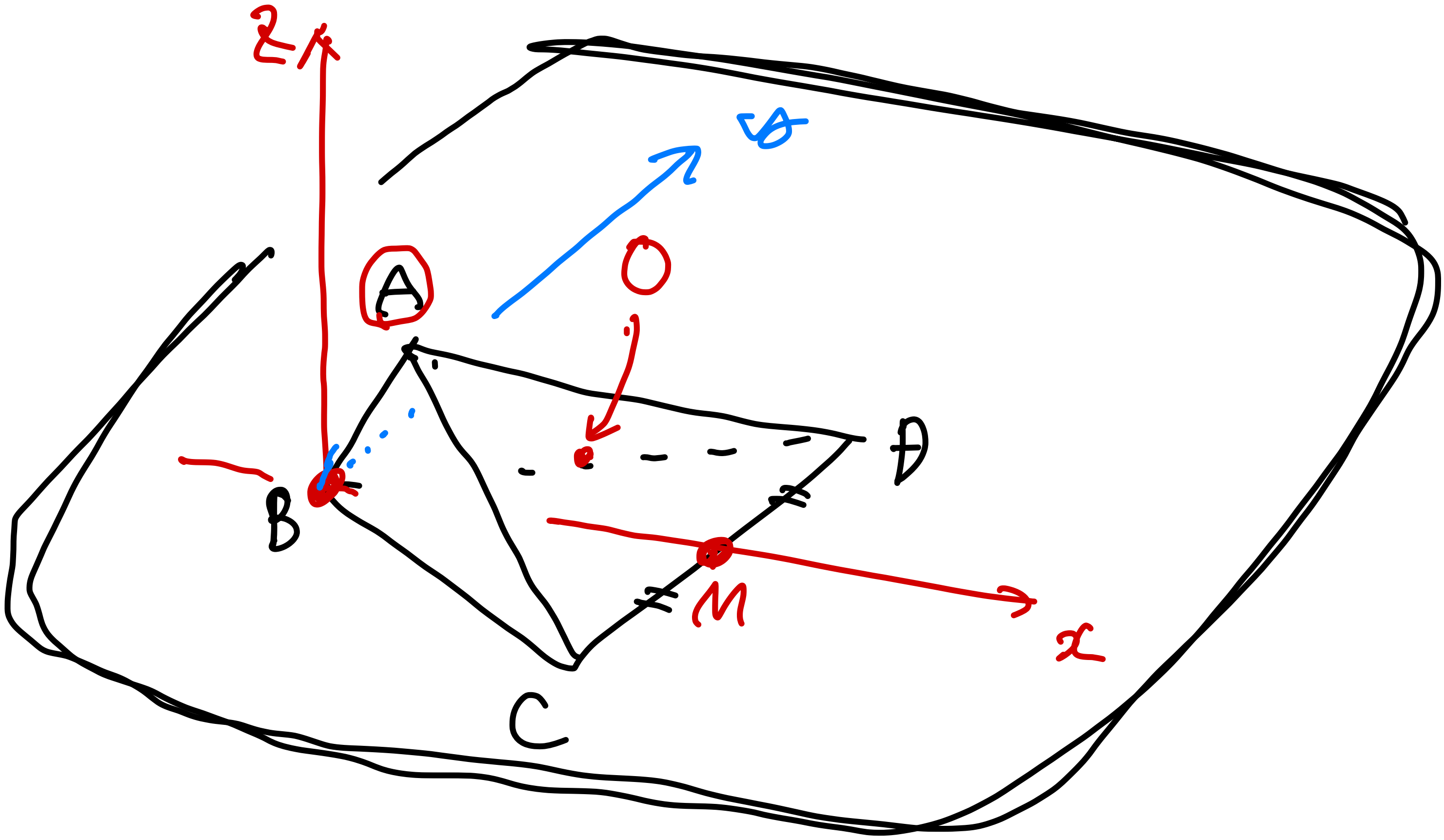
$$\begin{cases} AB=\sqrt{3} \\ AC=2 \end{cases}$$ より $$\begin{cases} a^2+c^2=3 \\ (a-\sqrt{3})^2+1+c^2=4 \end{cases}$$

あとは4点ABCDから等距離の点を

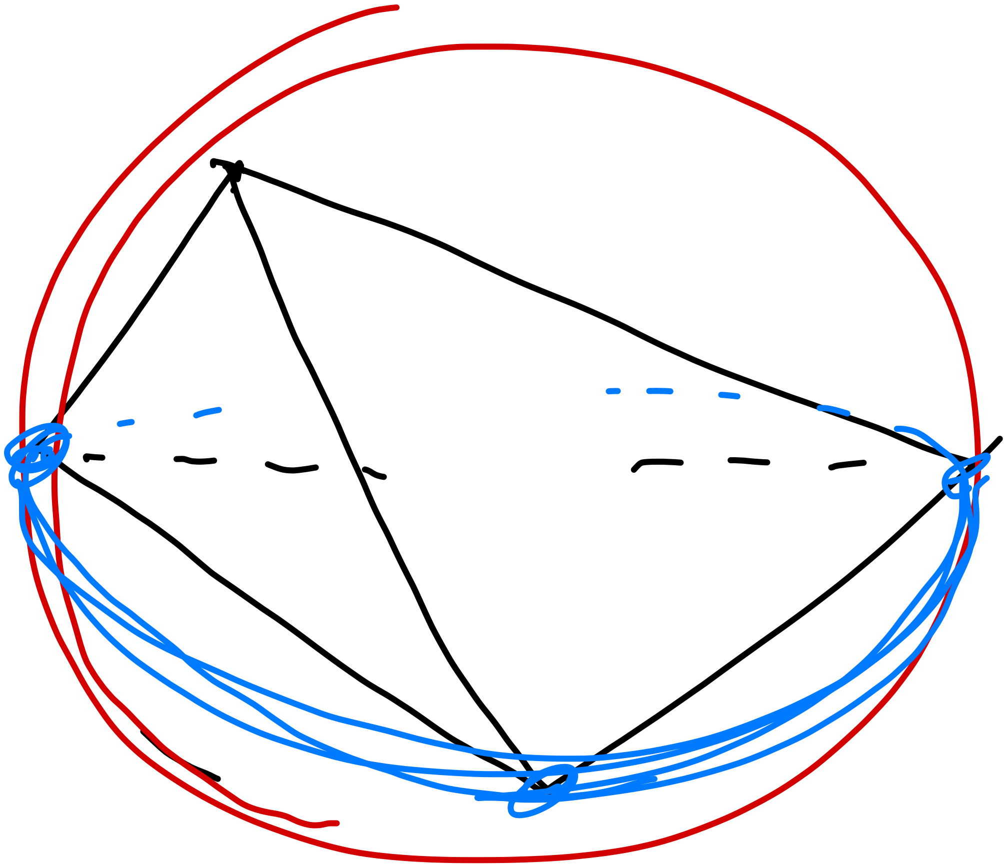
Pとして

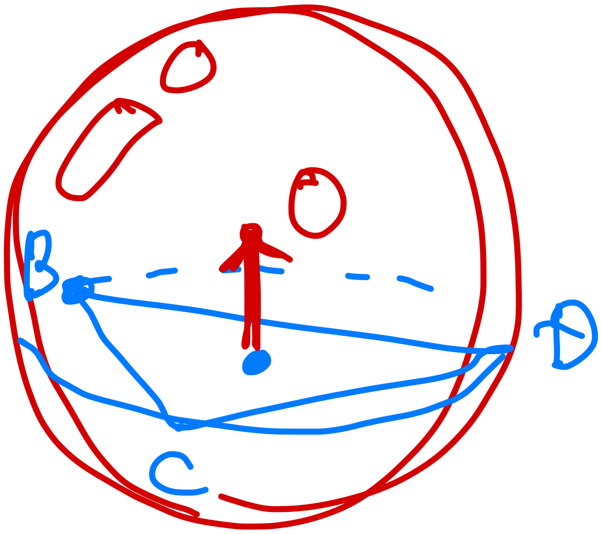
AP=BP=CP=r より

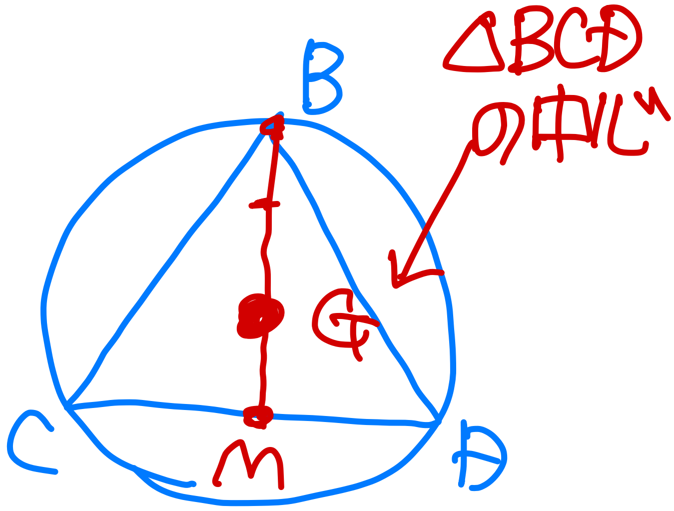
rを求める.



z
y
A
O
B
D
M
x
C




O
B
D
C


B
△BCDの中心
G
C
M
D

第10講　データの分析

1　変量とデータ

気温や降水量，運動の記録やテストの得点などのように，ある特性を表す数量を**変量**といい，調査や実験などによって得られた変量の観測値や測定値の集まりを**データ**という．

2　代表値

(1) 平均値

変量 x についての n 個のデータの値 x_1，x_2，x_3，$\cdots$，x_n の総和を n で割った値を，そのデータの**平均値**といい，$\overline{x}$ で表す．すなわち，

$$\overline{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n)$$

(2) 中央値

データの値の大きさを順に並べたとき，その中央の順位にくる値を**中央値**または**メジアン**という．

(3) 最頻値

データにおいて，最も個数の多い値を，そのデータの**最頻値**または**モード**という．

3　データの散らばりと四分位範囲

(1) 範囲

データの最大値と最小値の差を**範囲**という．

(2) 四分位数

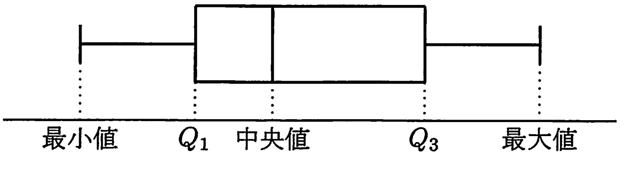
データを値の大きさの順に並べたとき，4 等分する位置にくる値を**四分位数**という．

四分位数は，小さい方から**第 1 四分位数**，**第 2 四分位数**，**第 3 四分位数**といい，順に $\boldsymbol{Q_1}$，$\boldsymbol{Q_2}$，$\boldsymbol{Q_3}$ で表す．第 2 四分位数は中央値である．

さらに，$\boldsymbol{Q_3-Q_1}$ を**四分位範囲**，$\boldsymbol{\dfrac{Q_3-Q_1}{2}}$ を**四分位偏差**という．

(3) 箱ひげ図

データの最小値，第 1 四分位数，中央値，第 3 四分位数，最大値を，箱と線 (ひげ) で表す図を**箱ひげ図**という．



4 分散と標準偏差

(1) 偏差

変量 x についてのデータの値が x_1，x_2，x_3，$\cdots$，x_n で，その平均値を $\overline{x}$ とするとき，

$$x_1-\overline{x},\ x_2-\overline{x},\ x_3-\overline{x},\ \cdots,\ x_n-\overline{x}$$

を，それぞれ x_1，x_2，x_3，$\cdots$，x_n の平均値からの**偏差**という．

(2) 分散

偏差の 2 乗の平均値

$$\frac{1}{n}\{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+(x_3-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2\}$$

を**分散**といい，s^2 で表す．

ここで，

$$\begin{aligned}
s^2&=\frac{1}{n}\{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+(x_3-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2\}\\
&=\frac{1}{n}\{({x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2+\cdots+{x_n}^2)-2\overline{x}(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n)+n(\overline{x})^2\}\\
&=\frac{1}{n}({x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2+\cdots+{x_n}^2)-2\overline{x}\cdot\frac{1}{n}(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n)+(\overline{x})^2\\
&=\frac{1}{n}({x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2+\cdots+{x_n}^2)-2\overline{x}\cdot\overline{x}+(\overline{x})^2\\
&=\frac{1}{n}({x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2+\cdots+{x_n}^2)-(\overline{x})^2
\end{aligned}$$

であるから，

$$\frac{1}{n}({x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2+\cdots+{x_n}^2)$$

が x^2 のデータの平均値であることに注意すると，

$$(x\text{ のデータの分散})=(x^2\text{ のデータの平均値})-(x\text{ のデータの平均値})^2$$

であることが分かる．

(3) 標準偏差

分散の正の平方根を**標準偏差**といい，s で表す．

$$s=\sqrt{\frac{1}{n}\{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+(x_3-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2\}}$$

したがって，

$$s=\sqrt{(x^2\text{ のデータの平均値})-(x\text{ のデータの平均値})^2}$$

Σで表記

n個のデータ　$x_1, x_2, x_3 \cdots\cdots x_n$　[点数]

平均　$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k$

偏差　変せ

平均からのズレ

$$\left[\ \sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x}) = 0\ \right]$$

分散　$S_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2$　[点数^2]

これより　$S_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k^2 - 2\bar{x}x_k + \bar{x}^2)$

$$= \boxed{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k^2} - 2\bar{x}\cdot\boxed{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k} + \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\overset{\text{定数}}{\bar{x}^2}$$

$\overline{x^2}$　　$= \bar{x}$　　$\bar{x}^2$

$$\boxed{S_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

(性質)　分散 = 2乗の平均 − 平均の2乗

S_x : 標準偏差　[点数]

5 データの相関

(1) 散布図

2 つの変量 x と y の値の組を座標とする点を xy 平面上にとったものを**散布図**という.

(2) 相関関係

2 つの変量の間に, 一方が増えると他方も増える傾向があるとき, 2 つの変量の間には**正の相関関係**があるといい, 一方が増えると他方が減る傾向があるときには**負の相関関係**があるという. また, どちらの傾向も見られないときは**相関関係がない**という.

(3) 共分散

2 つの変量 x, y について, n 個の値の組

$$(x_1,\ y_1),\ (x_2,\ y_2),\ (x_3,\ y_3),\ \cdots,\ (x_n,\ y_n)$$

が与えられ, x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_n と y_1, y_2, y_3, $\cdots$, y_n の平均値を, それぞれ $\overline{x}$, $\overline{y}$ とするとき, 次のような量

$$\frac{1}{n}\{(x_1-\overline{x})(y_1-\overline{y})+(x_2-\overline{x})(y_2-\overline{y})+(x_3-\overline{x})(y_3-\overline{y})+\cdots+(x_n-\overline{x})(y_n-\overline{y})\}$$

を, 2 つの変量 x, y の**共分散**といい, s_{xy} で表す.

共分散については次のことが知られている.

$s_{xy}>0$ のとき, 2 つの変量 x, y には正の相関関係がある.

$s_{xy}<0$ のとき, 2 つの変量 x, y には負の相関関係がある.

また,

$$S_{xy}=\frac{1}{n}(x_1y_1+x_2y_2+x_3y_3+\cdots+x_ny_n)-\overline{x}\cdot\overline{y}$$

(4) 相関係数

量 $\dfrac{s_{xy}}{s_x s_y}$ を x と y の**相関係数**といい, r で表す.

$$r=\frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

相関係数 r について, 一般に, 次のことが成り立つ.

$$-1 \leqq r \leqq 1$$

また, 相関係数 r には, 次の性質がある.

[1]　r の値が 1 に近いとき, 強い正の相関関係があり, 散布図の点は右上がりの直線に沿って分布する傾向が強くなる.

[2]　r の値が -1 に近いとき, 強い負の相関関係があり, 散布図の点は右下がりの直線に沿って分布する傾向が強くなる.

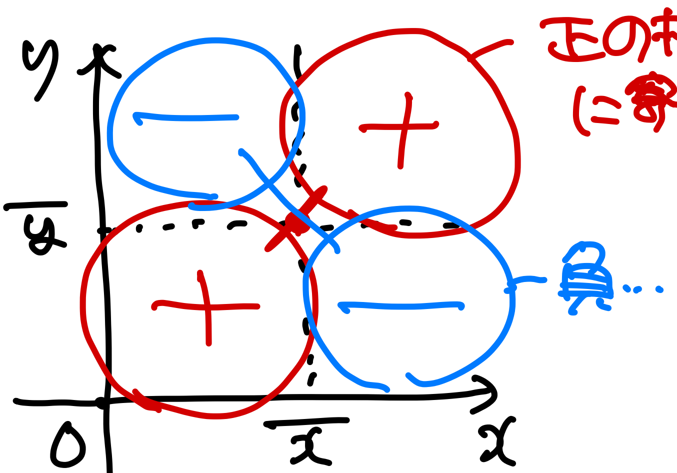
[3]　r の値が 0 に近いとき, 直線的な相関関係がない.

n個の『データの組』

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3) \cdots\cdots (x_n, y_n)$

平均　$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k$，　$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} y_k$

分散　$S_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2$，　$S_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(y_k - \bar{y})^2$



$\boxed{\text{散布図}}$

$\boxed{\text{共分散}}$　$S_{xy} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})$　[点^2]

$\boxed{\text{相関係数}}$　$r = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y}$　$\frac{[\text{点}^2]}{[\text{点}]\cdot[\text{点}]}$

単位なし

性質　$\boxed{-1 \leqq r \leqq 1}$

$$r = \frac{\cancel{\frac{1}{n}}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})}{\sqrt{\cancel{\frac{1}{n}}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\cancel{\frac{1}{n}}\sum_{k=1}^{n}(y_k - \bar{y})^2}}$$

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{\cancel{\frac{1}{n}} \sum_{k=1}^{n} (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})}{\sqrt{\cancel{\frac{1}{n}} \sum_{k=1}^{n} (x_k - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\cancel{\frac{1}{n}} \sum_{k=1}^{n} (y_k - \bar{y})^2}}$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{n} (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n} (x_k - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^{n} (y_k - \bar{y})^2}}$$

$$\vec{a} = (x_1 - \bar{x},\ x_2 - \bar{x},\ x_3 - \bar{x},\ \cdots,\ x_n - \bar{x})$$

$$\vec{b} = (y_1 - \bar{y},\ y_2 - \bar{y},\ y_3 - \bar{y},\ \cdots,\ y_n - \bar{y})$$

とおく

$$|\vec{a}| = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} (x_k - \bar{x})^2} \Leftarrow S_x \cdot \sqrt{n}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} (y_k - \bar{y})^2} \Leftarrow S_y \cdot \sqrt{n}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \sum_{k=1}^{n} (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})$$

ここで $\boxed{|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 \geqq (\vec{a} \cdot \vec{b})^2}$ より

CS不等式 (n次元)

$$r^2 = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})^2}{|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2} \leqq 1$$

73 A

次のデータは，ある野球チームの最近20試合の得点である．

4　3　7　2　5　4　0　5　6　2

3　2　5　6　1　5　4　9　7　6

(1)　1試合あたりの得点の平均値を求めよ．

(2)　得点の中央値を求めよ．

(3)　得点の最頻値を求めよ．

$\boxed{73\mathrm{A}}$　(1)　4.3　(2)　4.5　(3)　5

【解法】代表値の確認

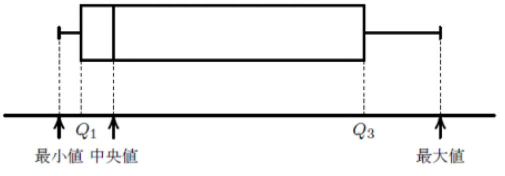
74 A

次のデータは，あるケーキ店の1週間のケーキの売り上げである。

110　90　120　113　87　90　85　　(単位は個)

このデータの箱ひげ図をかけ．

$\boxed{74\mathrm{A}}$　中央値90，最小値85，最大値120，第1四分位数87，第3四分位数113より，次図



【解法】四分位数，箱ひげ図の確認

75 A

次のデータは，5人について，懸垂が何回できたかを記録したものである．

11　10　15　18　11　　(単位は回)

このデータの平均値，分散，標準偏差を求めよ．ただし，小数第2位を四捨五入して答えよ．

$\boxed{75\mathrm{A}}$　平均値13，分散9.2，標準偏差$\sqrt{9.2}=3.03\fallingdotseq 3.0$

【解法】分散，標準偏差の確認。開平方。

76 B

次のデータは，ある 8 店舗での 1kg あたりのみかんの価格である．ただし，a は正の整数である．

525　550　498　560　550　555　500　a　　(単位は円)

(1)　このデータの平均値が 535 円であるとき，a の値を求めよ．

(2)　a の値がわからないとき，このデータの中央値として何通りがあり得るか．

77 B

15 個の値からなるデータがあり，そのうちの 10 個の値の平均値は 9，分散は 3，残り 5 個の値の平均は 6，分散は 9 である．

この 15 個のデータの平均値と分散を求めよ．

78 B

次の表は，10 人の生徒に 10 点満点の国語と数学の小テストを行った結果である．

生徒の番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
国語	6	4	7	5	8	6	2	9	8	5
数学	7	10	2	4	3	4	4	5	4	7

国語と数学の得点の間には，どのような相関関係があると考えられるか．

76 B

次のデータは，ある 8 店舗での 1kg あたりのみかんの価格である．ただし，a は正の整数である．

$$525 \quad 550 \quad 498 \quad 560 \quad 550 \quad 555 \quad 500 \quad a \qquad \text{(単位は円)}$$

(1) このデータの平均値が 535 円であるとき，a の値を求めよ．

(2) a の値がわからないとき，このデータの中央値として何通りがあり得るか．

77 B

15 個の値からなるデータがあり，そのうちの 10 個の値の平均値は 9，分散は 3，残り 5 個の値の平均は 6，分散は 9 である．

この 15 個のデータの平均値と分散を求めよ．

$$\overbrace{x_1 \cdots\cdots x_{10}}, \overbrace{y_1 \cdots\cdots y_5}$$

$$z_1 \quad z_{10} \quad z_{11} \quad z_{15}$$

← 通し番号.

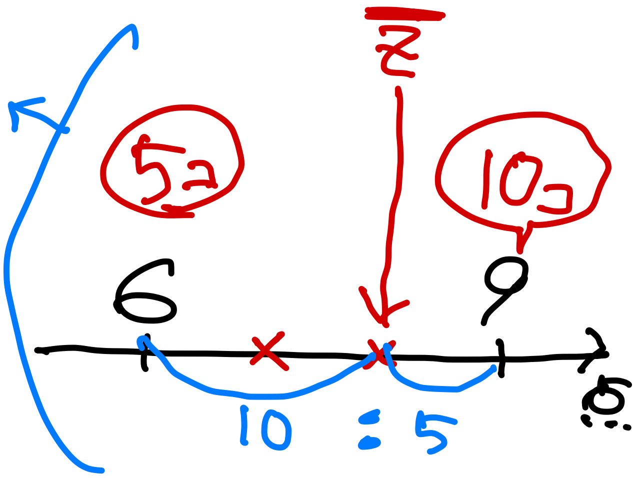
$$\bar{x} = \frac{1}{10}\boxed{\sum_{k=1}^{10} x_k}, \quad \bar{y} = \frac{1}{5}\boxed{\sum_{k=1}^{5} y_k}$$

$$\bar{z} = \frac{1}{15}\boxed{\sum_{k=1}^{15} z_k} = \frac{1}{15}\left(\boxed{\sum_{k=1}^{10} x_k} + \boxed{\sum_{k=1}^{5} y_k}\right)$$

$$= \frac{1}{15}\left(10\bar{x} + 5\bar{y}\right)$$

$$= \frac{1}{15}\left(10\cdot 9 + 5\cdot 6\right)$$

$$= 8$$



$$\overline{x^2} \qquad (\overline{x})^2$$

$$S_x^2 = \frac{1}{10}\sum_{k=1}^{10}(x_k - \overline{x})^2 = \frac{1}{10}\sum_{k=1}^{10}x_k^2 - \left(\boxed{\frac{1}{10}\sum_{k=1}^{10}x_k}\right)^2$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{10}\sum_{k=1}^{10}x_k^2 = S_x^2 + \overline{x}^2 = 3 + 9^2 = 84$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10}x_k^2 = 10 \cdot 84$$

同様に $\overline{y^2} = S_y^2 + \overline{y}^2 = 9 + 6^2 = 45$

$$\frac{1}{5}\sum_{k=1}^{5}y_k^2$$

$$\sum_{k=1}^{5}y_k^2 = 5 \cdot 45$$

$$S_z^2 = \frac{1}{15}\boxed{\sum_{k=1}^{15}z_k^2} - \left(\frac{1}{15}\underbrace{\sum_{k=1}^{15}x_k}_{=8}\right)^2$$

$$\sum_{k=1}^{10}x_k^2 + \sum_{k=1}^{5}y_k^2$$

$$\parallel$$

$$10 \cdot 84 + 5 \cdot 45$$

$$= \frac{\overset{2}{\cancel{10}} \cdot \overset{28}{\cancel{84}}}{\cancel{15}} + \frac{5 \cdot \overset{3}{\cancel{45}}}{\cancel{15}} - 8^2$$

$$= 71 - 64 = 7$$

78 B

次の表は，10 人の生徒に 10 点満点の国語と数学の小テストを行った結果である．

生徒の番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
国語	6	4	7	5	8	6	2	9	8	5
数学	7	10	2	4	3	4	4	5	4	7

国語と数学の得点の間には，どのような相関関係があると考えられるか．

番号	$x-\overline{x}$	$y-\overline{y}$	$(x-\overline{x})^2$	$(y-\overline{y})^2$	$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$
1	0	2	0	4	0
2	-2	5	4	25	-10
3	1	-3	1	9	-3
4	-1	-1	1	1	1
5	2	-2	4	4	-4
6	0	-1	0	1	0
7	-4	-1	16	1	4
8	3	0	9	0	0
9	2	-1	4	1	-2
10	-1	2	1	4	-2
計			40	50	-16

79 C

2つの変量x，yをもつデータがいくつかある．x，yの平均値は，それぞれ$\overline{x}$，$\overline{y}$である．また，$(x-\overline{x})^2$，$(y-\overline{y})^2$，$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$の総和は，それぞれ10，40，14であった．このとき，xとyの相関係数を求めよ．

80 C

m個の値x_1，x_2，x_3，$\cdots$，x_mからなるデータと，n個の値y_1，y_2，y_3，$\cdots$，y_nからなるデータがある．それぞれのデータの平均値を$\overline{x}$，$\overline{y}$，分散を${s_x}^2$，${s_y}^2$とする．

このとき，$(m+n)$個の値x_1，x_2，x_3，$\cdots$，x_m，y_1，y_2，y_3，$\cdots$，y_nからなるデータの平均値$\overline{z}$および分散${s_z}^2$について，次の等式が成り立つことを示せ．

(1) $\overline{z}=\dfrac{m\overline{x}+n\overline{y}}{m+n}$

(2) ${s_z}^2=\dfrac{m{s_x}^2+n{s_y}^2}{m+n}+\dfrac{mn}{(m+n)^2}(\overline{x}-\overline{y})^2$

入試問題にチャレンジ (10)

7人の生徒の身長を調べたところ，それぞれの身長は，

a，b，c，162，170，172，173 (cm)

で，7人の平均は170cm，標準偏差は$\sqrt{14}$cmであった．7人が身長の高い順に並んだとき，ちょうど真ん中の生徒の身長は171cmであった。このとき，a，b，cの値を求めよ．ただし，$a<b<c$とする．

(1995・宮崎大学)

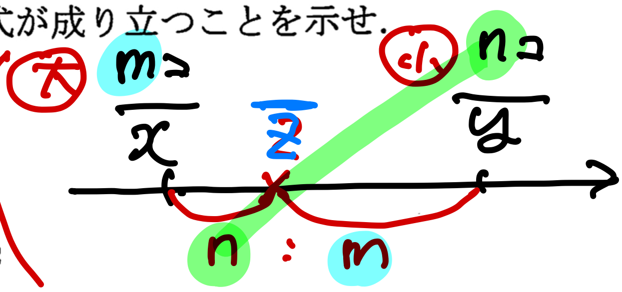
79 C

2 つの変量 x，y をもつデータがいくつかある．x，y の平均値は，それぞれ $\overline{x}$，$\overline{y}$ である．また，$(x-\overline{x})^2$，$(y-\overline{y})^2$，$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$ の総和は，それぞれ 10，40，14 であった．このとき，x と y の相関係数を求めよ．

80 C

m 個の値 x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_m からなるデータと，n 個の値 y_1, y_2, y_3, $\cdots$, y_n からなるデータがある．それぞれのデータの平均値を $\overline{x}$, $\overline{y}$, 分散を ${s_x}^2$, ${s_y}^2$ とする．

このとき，$(m+n)$ 個の値 x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_m, y_1, y_2, y_3, $\cdots$, y_n からなるデータの平均値 $\overline{z}$ および分散 ${s_z}^2$ について，次の等式が成り立つことを示せ．



(1) $\overline{z} = \dfrac{m\overline{x}+n\overline{y}}{m+n}$

(2) ${s_z}^2 = \dfrac{m{s_x}^2+n{s_y}^2}{m+n} + \dfrac{mn}{(m+n)^2}(\overline{x}-\overline{y})^2$

【解答】

(1)　条件より，$m+n$ 個のデータの総和は，

$$m\overline{x}+n\overline{y}$$

であるから，

$$\overline{z} = \frac{m\overline{x}+n\overline{y}}{m+n}.$$

(2)　条件より，

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{k=1}^{m} {x_k}^2 = m\{{s_x}^2+(\overline{x})^2\}, \\ \displaystyle\sum_{k=1}^{n} {y_k}^2 = n\{{s_y}^2+(\overline{y})^2\} \end{cases}$$

であるから，

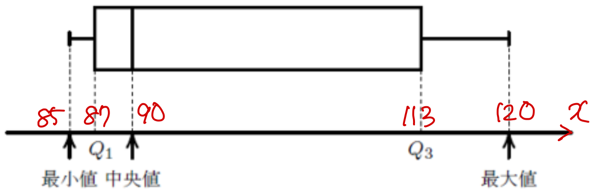
$$\begin{aligned} {s_z}^2 &= \frac{1}{m+n}\left(\sum_{k=1}^{m}{x_k}^2+\sum_{k=1}^{n}{y_k}^2\right)-(\overline{z})^2 \\ &= \frac{1}{m+n}[\,m\{{s_x}^2+(\overline{x})^2\}+n\{{s_y}^2+(\overline{y})^2\}\,]-\left(\frac{m\overline{x}+n\overline{y}}{m+n}\right)^2 \\ &= \frac{m{s_x}^2+n{s_y}^2}{m+n} \\ &\qquad + \frac{m(m+n)(\overline{x})^2+n(m+n)(\overline{y})^2-(m\overline{x}+n\overline{y})^2}{(m+n)^2} \\ &= \frac{m{s_x}^2+n{s_y}^2}{m+n}+\frac{mn}{(m+n)^2}(\overline{x}-\overline{y})^2. \end{aligned}$$

2019年度　FG　数学IAIIB　【解答】１０講

73A　(1)　4.3　(2)　4.5　(3)　5

【解法】代表値の確認

74A　中央値90，最小値85，最大値120，第1四分位数87，第3四分位数113より，次図



【解法】四分位数，箱ひげ図の確認

75A　平均値13，分散9.2，標準偏差 $\sqrt{9.2}=3.03\fallingdotseq 3.0$

【解法】分散，標準偏差の確認。開平方。

76B　(1)　$a=542$　(2)　26通り

【解法】仮平均を用いると楽？

77B　平均71，分散7　←∑で表現

【解法】分散の公式

78B　国語の平均6，分散4，数学の平均5，分散5，また共分散 $-\dfrac{8}{5}$。よって相関係数 -0.36

以上より，（やや）負の相関が認められる。

【解法】相関係数とその意味の確認

附録１　場合の数・確率の診断テスト

場合の数の基礎

【例題 30】
種類の異なるＴシャツ５枚，Ｇパン３本，服装の選び方は何通りあるか。

【例題 31】
種類の異なるＴシャツ５枚，Ｇパン３本，スカート４枚，服装の選び方は何通りあるか。
ただし，Ｇパンとスカートの重ね着は行わないものとする。

【例題 32】
C,O,M,P,A,N,Y の７文字を一列に並べるとき，Ｃ と Ｙ が隣り合わない並べ方は何通りあるか。

【例題 33】
S,C,H,O,O,L の６文字を一列に並べる並べ方は何通りあるか。

【例題 34】
両親と，子供４人で円形に並ぶ。両親が隣り合う並び方は何通りあるか。

【例題 35】
異なる６個の宝石をつないでネックレスを作るとき，作り方は何通りあるか。

【例題 36】
⑴ a,b,c の３文字から，重複を許して５文字並べて単語を作るとき，作り方は何通りあるか。
⑵A，B，C の３つの部屋に，５人を分ける分け方は何通りあるか。ただし，空き部屋があっても良いものとする。

【例題 37】
⑴ 10 個のりんごを A 君，B 君，C 君の３人に分けるとき，分け方は何通りあるか。ただし，１つももらえない者がいても良いものとする。
⑵ $x+y+z=10$ を満たす０以上の整数 x, y, z の組 (x, y, z) の総数は何組あるか。

問題演習（発展篇）

【例題 38】

異なる 9 冊の本を 3 冊ずつ 3 組に分ける分け方は何通りあるか。

【例題 39】

(1) A，B，C の 3 つの部屋に，5 人を分ける分け方は何通りあるか。

(2) A，B，C の 3 つの部屋に，n 人を分ける分け方は何通りあるか。

ただし，(1)(2)ともに，空き部屋があってはならないものとする。

【例題 40】

赤球 4 個，白球 2 個，黒球 1 個をつないでブレスレットを作る。作り方は何通りあるか。

（発展篇）

【例題 41】

n を正の整数とし，n 個のボールを 3 つの箱に分けて入れる問題を考える。ただし，1 個のボールも入らない箱があってもよいものとする。以下に述べる 4 つの場合について，それぞれ相異なる入れ方の総数を求めよ。

(1) 1 から n までの異なる番号のついた n 個のボールを，A，B，C と区別された 3 つの箱に入れる場合。

(2) 互いに区別のつかない n 個のボールを，A，B，C と区別された 3 つの箱に入れる場合。

(3) 1 から n までの異なる番号のついた n 個のボールを，区別のつかない 3 つの箱に入れる場合

(4) n が 6 の倍数 $6m$ であるとき，n 個の互いに区別がつかないボールを，区別のつかない 3 つの箱に入れる場合。

（東京大）

センター試験・数列セレクション

【１】1999 追試(配点　20)

(1)　初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ に対して，$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$ とおく。このとき

$$S_{10}=\boxed{\text{ア}}(\boxed{\text{イ}}a+\boxed{\text{ウ}}d)$$

である。ここで

$$S_{10}=-5,\quad S_{16}=8$$

が成り立つとき

$$a=\boxed{\text{エオ}},\quad d=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

であり，また，S_1，S_2，……，S_{100} の中で最小の値は $\boxed{\text{クケ}}$ である。

(2)　初項 15，公比 2 の等比数列を $\{b_n\}$ とし，正の整数 n を 4 で割ったときの余りを c_n とする。このとき

$$c_1+c_2+\cdots+c_{40}=\boxed{\text{コサ}}$$

$$b_1c_1+b_2c_2+\cdots+b_{40}c_{40}=\boxed{\text{シス}}(2^{\boxed{\text{セソ}}}-1)$$

である。

【２】1998 本試(配点　20)

正の偶数を小さいものから順に並べた数列

2，4，6，8，……

について考える。

(1)　連続して並ぶ 5 項のうち，初めの 3 項の和が次の 2 項の和に等しければ，5 項のうちの中央の項は $\boxed{\text{アイ}}$ である。

(2)　連続して並ぶ $2n+1$ 項のうち，初めの $n+1$ 項の和が次の n 項の和に等しければ，$2n+1$ 項のうちの中央の項は

$$\boxed{\text{ウ}}n^2+\boxed{\text{エ}}n$$

である。

(3)　連続して並ぶ 5 項のうち，初めの 3 項の 2 乗の和が次の 2 項の 2 乗の和に等しければ，5 項のうちの中央の項は $\boxed{\text{オカ}}$ である。

(4)　連続して並ぶ $2n+1$ 項のうち，初めの $n+1$ 項の 2 乗の和が次の n 項の 2 乗の和に等しければ，$2n+1$ 項のうちの中央の項は

$$\boxed{\text{キ}}n^2+\boxed{\text{ク}}n$$

である。

(2) 初項 15，公比 2 の等比数列を $\{b_n\}$ とし，正の整数 n を 4 で割ったときの余りを c_n とする。このとき

$$c_1 + c_2 + \cdots + c_{40} = \boxed{\text{コサ}}$$

$$b_1c_1 + b_2c_2 + \cdots + b_{40}c_{40} = \boxed{\text{シス}}\left(2^{\boxed{\text{セソ}}} - 1\right)$$

である。

周期4

$1+4+4$
12

$\{b_nc_n\}$　$b_n = 15\cdot 2^{n-1}$

$\{c_n\}$

10段

月	火	水	木
1	2	3	0
1	2	3	0
1	2	3	0

計 60

月	火	水	木	計
$15\cdot 2^0\cdot 1$	$15\cdot 2^1\cdot 2$	$15\cdot 2^2\cdot 3$	0	$15\cdot 17$
$15\cdot 2^4\cdot 1$	$15\cdot 2^5\cdot 2$	$15\cdot 2^6\cdot 3$	0	$15\cdot 17\cdot 2^4$

2^4　2^4　2^4

$$15\cdot 17\cdot \frac{\left((2^4)^{10}-1\right)}{\underbrace{2^4-1}_{15}}$$

$$= 17\cdot\left(2^{40}-1\right)$$

【解答１】<9000M63> 1999 年度　追試験　数学Ⅰ・A 第３問

ア$($イ$a+$ウ$d)$，$5(2a+9d)$　　エオ，-2　　$\dfrac{\text{カ}}{\text{キ}}$，$\dfrac{1}{3}$

クケ，-7　　コサ，60　　シス，17　　$2^{\text{セソ}}-1$，$2^{40}-1$

【解答２】<8000M23> 1998 年度　本試験　数学Ⅰ・A 第３問

アイ，12　　ウn^2+エn，$2n^2+2n$

オカ，24　　キn^2+クn，$4n^2+4n$