5/29 数ゼミ 国立ぐみ.

$y=f(x)$

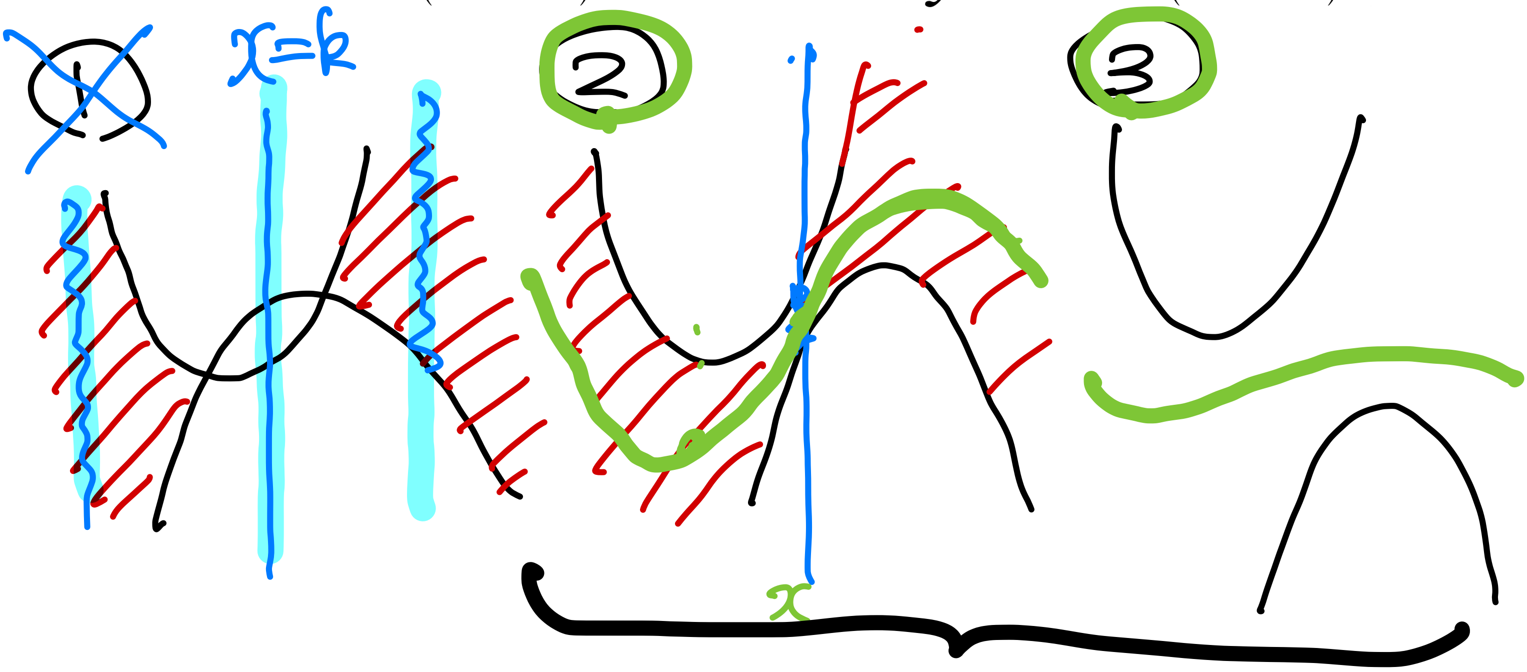
(1)　任意の x に対して，$\boxed{\text{それぞれ適当な } y \text{ をとれば条件 A が成り立つ}}$

(2)　適当な y をとれば，$\boxed{\text{すべての } x \text{ に対して条件 A が成り立つ}}$

yは全部　$y=k$　ヨコ棒

下∩　　上∪

$$\mathrm{A}:\ -x^2+(a+2)x+a-3<y<x^2-(a-1)x-2$$



2曲線が共有点をもたない!!

$y=f(x)$

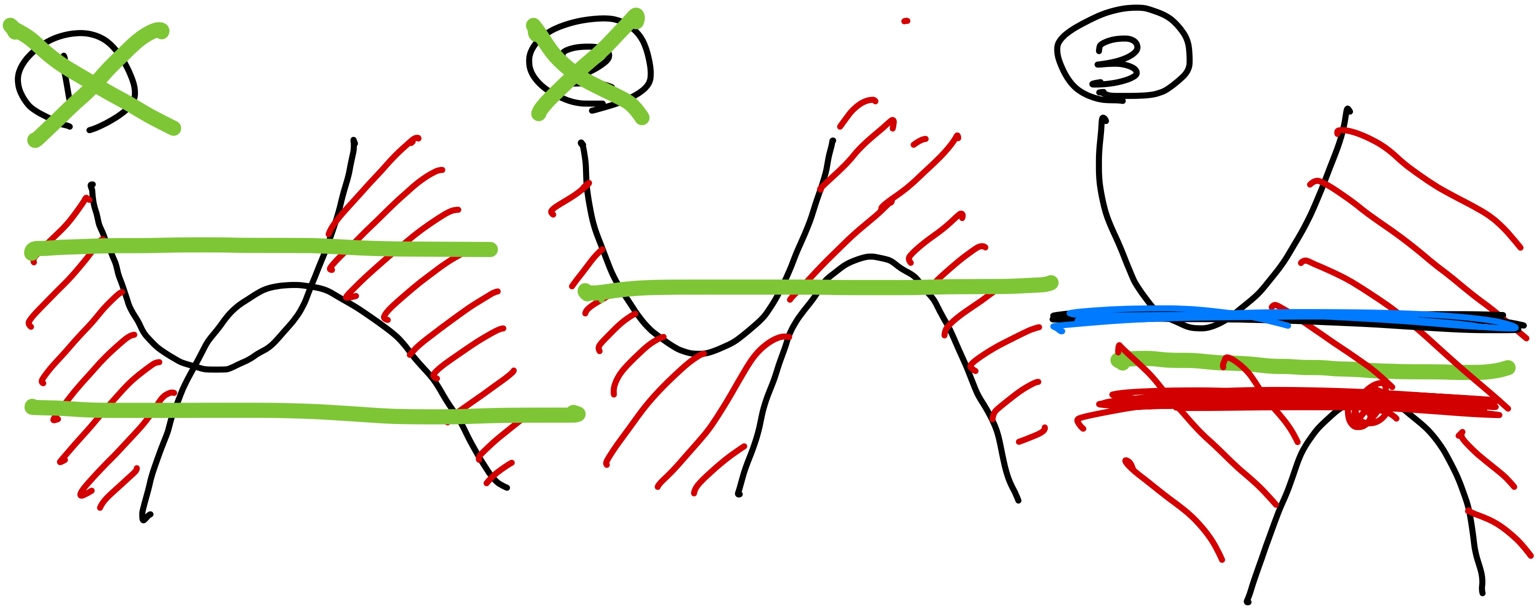
(1)　任意の x に対して，それぞれ適当な y をとれば条件 A が成り立つ

(2)　適当な y をとれば，すべての x に対して条件 A が成り立つ

yは全体　　$y=k$　　ヨコ棒

下 ∩　　　　上 ∪

$$\mathrm{A}:\ -x^2+(a+2)x+a-3<y<x^2-(a-1)x-2$$



(上のmin) > (下のMax)

$$=\frac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}\sin(180^\circ-\theta)+\frac{1}{2}\mathrm{CD}\cdot\mathrm{AD}\sin\theta$$

$$=\frac{1}{2}\cdot2\cdot3\sin\theta+\frac{1}{2}\cdot4\cdot2\sin\theta=7\sin\theta=\frac{7\sqrt{15}}{4}$$

$\boxed{10}$ $\dfrac{x^2+4x+1}{x^2+x+1}=k$ とおく。

分母を払って，x について整理すると　$(k-1)x^2+(k-4)x+k-1=0$

$k\fallingdotseq 1$ のとき，x が実数であるためには，判別式 D について　$D\geqq0$

$$D=(k-4)^2-4(k-1)^2=-3k^2+12=-3(k+2)(k-2)\geqq0$$

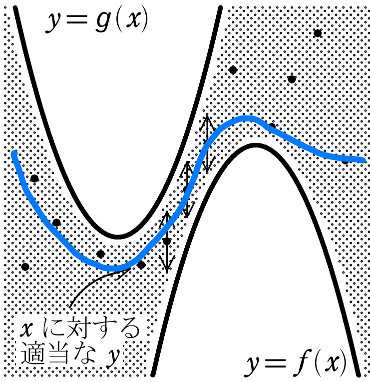
よって　$-2\leqq k\leqq2$　$(k\fallingdotseq1)$

$k=1$ のとき　$x=0$ (実数)

以上から　$-2\leqq k\leqq 2$　すなわち　$-2\leqq\dfrac{x^2+4x+1}{x^2+x+1}\leqq2$

$\boxed{11}$ $f(x)=-x^2+(a+2)x+a-3$，$g(x)=x^2-(a-1)x-2$ とする。条件 A を満たす点 $(x,\ y)$ は，2 つの放物線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ の外側 (境界は除く) にある。

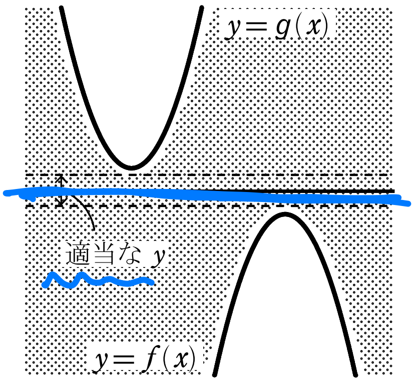
(1)　任意に定めた x_0 の値に対し，$y_1=f(x_0)$，$y_2=g(x_0)$ とすると，求める条件は $y_1<y_2$ となることである。すなわち $y_1<y_2$ ならば $y_1<y_0<y_2$ を満たす y_0 が存在するから，この $(x_0,\ y_0)$ に対して A は成立する。



したがって，2 曲線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ が共有点をもたない条件，すなわち $2x^2-(2a+1)x-a+1=0$ が実数解をもたない条件で，(判別式)<0 より

$(2a+1)^2-4\cdot2\cdot(-a+1)<0$　ゆえに　$-\dfrac{7}{2}<a<\dfrac{1}{2}$

(2)　$f(x)$ の最大値を y_1，$g(x)$ の最小値を y_2 とすると，求める条件は $y_1<y_2$ となることである。すなわち $y_1<y_2$ ならば $y_1<y_0<y_2$ を満たす y_0 が存在し，この y_0 と任意の x に対して A は成立する。



したがって　$y_1=f\left(\dfrac{a+2}{2}\right)=\dfrac{a^2+8a-8}{4}$，

$y_2=g\left(\dfrac{a-1}{2}\right)=-\dfrac{a^2-2a+9}{4}$

$y_1<y_2$ から　$2a^2+6a+1<0$

ゆえに　$\dfrac{-3-\sqrt{7}}{2}<a<\dfrac{-3+\sqrt{7}}{2}$

$\boxed{12}$ α は $x^2-x+1=0$ の解であるから　$\alpha^2-\alpha+1=0$

よって　$\alpha^3=\alpha\cdot\alpha^2=\alpha(\alpha-1)=\alpha^2-\alpha=-1$

81 A

全体集合をU，その部分集合をA，Bとする．また，

$$n(U)=50,\quad n(A\cup B)=42,\quad n(A\cap B)=3,\quad n(\overline{A}\cap B)=15$$

である．このとき，次のものを求めよ．

(1) $n(\overline{A}\cap\overline{B})$

(2) $n(B)$

(3) $n(A\cap\overline{B})$

(4) $n(A)$

$\boxed{81A}$ (1) 8 (2) 18 (3) 24 (4) 27

【解法】集合の個数，ベン図，ド・モルガンの法則

82 A

1から100までの整数のうち，次の整数の個数を求めよ．

(1) 3の倍数かつ5の倍数の個数．

(2) 3の倍数または5の倍数の個数．

(3) 3の倍数であって5の倍数ではないものの個数．

$\boxed{82A}$ (1) 6 (2) 47 (3) 27

【解法】集合の個数，ベン図

83 A 出題ミス？

(1) 2個のさいころを振るとき，2つのさいころの目の和が偶数となる目の出方は何通りあるか．

(2) 3個のさいころを振るとき，3つのさいころの目の積が偶数となる目の出方は何通りあるか．

$\boxed{83A}$ (1) 18通り (2) 189通り

【解法】積の法則，和の法則，補集合

83 区別なしだとすると

(1) 12　(2) 46

(1) 2 個のさいころを振るとき，2 つのさいころの目の和が偶数となる目の出方は何通りあるか.

(2) 3 個のさいころを振るとき，3 つのさいころの目の積が偶数となる目の出方は何通りあるか.

(1) 区別があるとき

偶+偶　奇+奇　$3\times3+3\times3=18$

18 → 12 $\xrightarrow{\div 2}$ 6

18 $\xrightarrow{\text{ダブり}}$ 1+1〜6+6 6通り $\xrightarrow{\text{そのまま}}$ 6

$6+6=12$

(2) 区別なしとすると

(全体) − (奇のみ) $=6^3-3^3=189$

aaa 型　222〜666 の 3通り

aab 型

abc 型

84 B

5040 の正の約数の個数を求めよ．さらに，5040 の正の約数の総和を求めよ．

$\boxed{84\mathrm{B}}$　60 個，総和は 19344

【解法】約数の個数・和の求め方

85 B

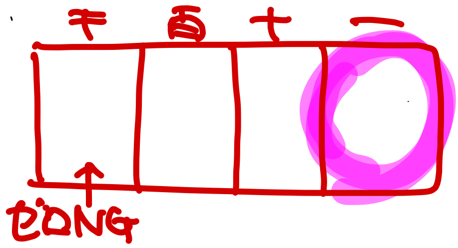
7 個の数字 0，1，2，3，4，5，6 から異なる 4 個の数字を選んで，4 桁の整数を作る．

(1)　全部で何個できるか．

(2)　偶数は何個できるか．　一の位

(3)　3 の倍数は何個できるか．

各位の和．



$\boxed{85\mathrm{B}}$　(1)　720 個　(2)　420 個　(3)　264 個

【解法】順列

86 B

×B↑B↑B↑B↑B×

男子 5 人，女子 3 人の合計 8 人が次のように並ぶときの並び方の総数を求めよ．

(1)　一列に並ぶとき．　$8!$

(2)　両端が男子であるように並ぶとき．　${}_5P_2 \times 4!$　　$5! \times {}_4P_3$

(3)　(2) の並び方のうち，どの 3 人の女子も隣り合わないように並ぶとき．

(4)　円形に並ぶとき．　$(8-1)!$　　$(5-1)! \times {}_5P_3$

(5)　(4) の並び方のうち，どの 3 人の女子も隣り合わないように並ぶとき．

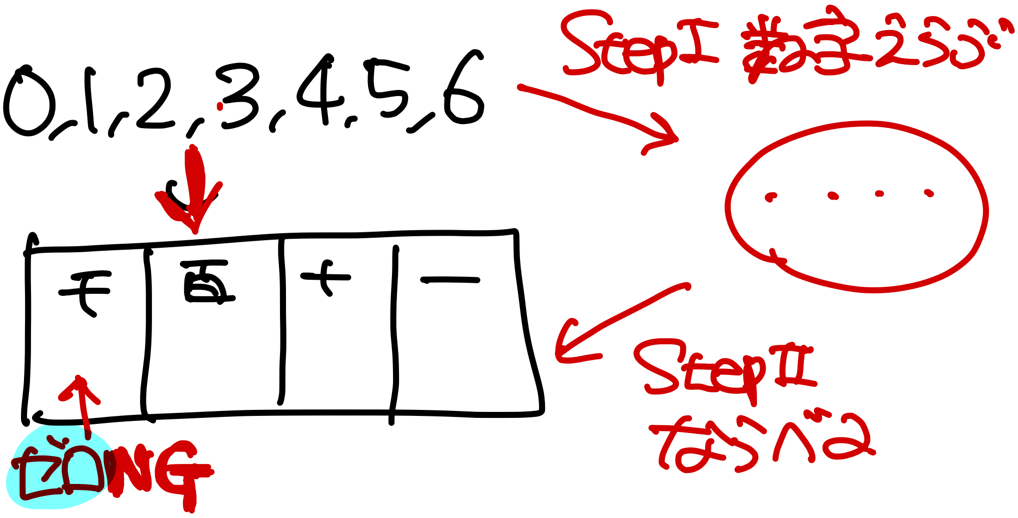
$\boxed{86\mathrm{B}}$　(1)　40320 通り　(2)　14400 通り　(3)　2880 通り

(4)　5040 通り　(5)　1440 通り

全体 − (隣り合う)　(3人でも，2人だけ)

$\boxed{85B}$ (3)　0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

3の倍数



(Step I) 和が3の倍数となる4つの数をえらぶ

数え上げメンドウ

↓

(Step II) 並べる

⇩ 工夫

和が3の倍数かどうか ⇒ あまりで分類

$A=\{0,3,6\}$
$B=\{1,4\}$
$C=\{2,5\}$
⇒
~~AAAA型~~
AABC型
~~A……~~
BBCC型

Aの個数に着目

	I	II
(i) 0なしAABC型	$(1\times2\times2)$	$\times\ 4!$
(ii) 0ありAABC型	$(2\times2\times2)$	$\times\ 3\times3\times2\times1$
(iii) BBCC型	(1×1)	$\times\ 4!$

(+

264通り

和が▨の倍数 ⇒ あまりで分類
Type分け.

積が▨の倍数 ⇒ 素因数に着目

11講・補充-2

異なるn個のサイコロを投げる

(1) 積が2の倍数となるのは何通りか。

(2) 積が6の倍数となるのは何通りか。

(3) 積が4の倍数となるのは何通りか。

(4) 積が12の倍数

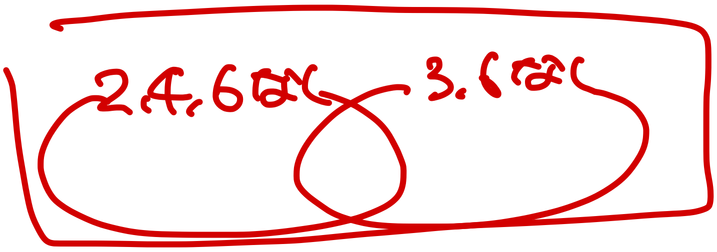
(1) 積が2の倍数

⇒ 2の倍数が少なくとも1個出る

1〜n個

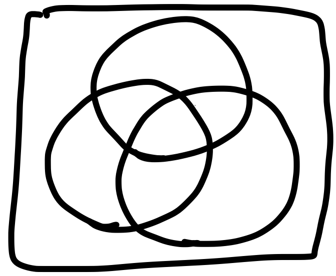
$6^n - 3^n$

(2)



87 C

1000 から 9999 までの 4 桁の自然数について，次の問に答えよ．



(1) 1 が使われているものはいくつあるか．

(2) 1，2 の両方が使われているものはいくつあるか．

(3) 1，2，3 のすべてが使われているものはいくつあるか．

(1) 1が少なくとも1つ使われている

1〜4コ　⇒余事象

88 C

1，2，3，4，5，6，7，8 の 8 つの数字から異なる 4 個の数字を用いてできる 4 桁の整数を小さい順に並べた．

(1) 5673 は何番目の整数か．

(2) 111 番目の整数は何か．

入試問題にチャレンジ (11)

次の条件を満たす正の整数全体の集合を S とおく．

「各桁の数字は互いに異なり，どの 2 つの桁の数字の和も 9 にならない．」

ただし，S の要素は 10 進法で表す．また，1 桁の正の整数は S に含まれるとする．

(1) S の要素でちょうど 4 桁のものは何通りあるか．

(2) 小さい方から数えて 2000 番目の S の要素を求めよ．

(2000・東京大学)

第12講　場合の数(2)

1 組合せ

n 個の異なるものから r 個を取り出して1組にしたものを **n 個のものから r 個取り出した組合せ** といい，その総数は，

$$ {}_n\mathrm{C}_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} $$

2 基本的な公式

(i) ${}_n\mathrm{P}_r = r!\,{}_n\mathrm{C}_r$

(ii) ${}_n\mathrm{C}_r = {}_n\mathrm{C}_{n-r}$

(iii) ${}_n\mathrm{C}_r = {}_{n-1}\mathrm{C}_r + {}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1}$

(iv) $k\,{}_n\mathrm{C}_k = n\,{}_{n-1}\mathrm{C}_{k-1}$

3 同じものを含む順列

n 個のもののうち，p 個，q 個，r 個，$\cdots$ がそれぞれ同じものであるとき，この n 個のものを並べてできる順列の総数は，

$$ \frac{n!}{p!q!r!\cdots} $$

$$ (p+q+r+\cdots=n) $$

89 A

男子3人，女子4人について，次のような方法は何通りあるか.

(1) 7人から3人を選んで一列に並べる方法.

(2) 7人から3人を選ぶ方法.

(3) 女子2人，男子1人を選んで一列に並べる方法.

$\boxed{89\text{A}}$ （1） 210通り （2） 35通り （3） 108通り

【解法】組み合わせ

90 A

次の問に答えよ.

(1) a，a，a，b，b，b，b，c の8文字を一列に並べる順列は何通りあるか.

(2) FUJIGAKUIN のすべての文字を使ってできる順列のうち，どのUも，どのIより左側にあるものは何通りあるか.

$\boxed{90\text{A}}$ （1） 280通り （2） 151200通り

【解法】(1)同じものを含む順列，(2)順番 Keep 問題

91 A

平面上の10本の直線が，どの2本も平行ではなく，どの3本も1点で交わらないとき，交点はいくつあるか．また，三角形はいくつできるか.

$\boxed{91\text{A}}$ 交点45個，三角形120個

【解法】対応関係（組み合わせ利用）

92 B

生徒 9 人を次の 3 つのグループに分ける方法は何通りあるか.

(1) 4 人, 3 人, 2 人の 3 つのグループに分ける.

(2) 3 人ずつ, 3 つのグループ, A, B, C に分ける.

(3) 3 人ずつ, 3 つのグループに分ける.

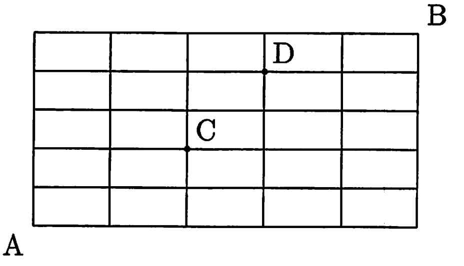
(4) 2 人, 2 人, 5 人の 3 つのグループに分ける.

$\boxed{\text{92B}}$ (1) 1260 通り (2) 1680 通り (3) 280 通り (4) 378 通り

【解法】組分け問題

93 B

図のような道路において, 最短経路で A から B に行く道順を考える.



(1) 道順は全部で何通りあるか.

(2) C も D も通る道順は何通りあるか.

(3) C も D も通らない道順は何通りあるか.

$\boxed{\text{93B}}$ (1) 252 通り (2) 54 通り (3) 81 通り

【解法】最短経路, ベン図

94 B

5 個の数字 1, 2, 3, 4, 5 から異なる 3 個の数字を選ぶとき, 最小の数字が 2 以下で, 最大の数字が 4 以上である 3 個の数字の選び方の総数を求めよ.

$\boxed{\text{94B}}$ 8 通り

【解法】数え上げ または くり抜き

2019 年度　FG　数学 IAIIB　【解答】１２講

$\boxed{８９A}$　(1)　210 通り　(2)　35 通り　(3)　108 通り

【解法】組み合わせ

$\boxed{９０A}$　(1)　280 通り　(2)　151200 通り

【解法】(1)同じものを含む順列，(2)順番 Keep 問題

$\boxed{９１A}$　交点 45 個，三角形 120 個

【解法】対応関係（組み合わせ利用）

$\boxed{９２B}$　(1)　1260 通り　(2)　1680 通り　(3)　280 通り　(4)　378 通り

【解法】組分け問題

$\boxed{９３B}$　(1)　252 通り　(2)　54 通り　(3)　81 通り

【解法】最短経路，ベン図

$\boxed{９４B}$　8 通り

【解法】数え上げ　または　くり抜き

95 C

白玉 1 個，赤玉 2 個，青玉 4 個がある．

(1) これらを円形に並べる方法は何通りあるか．

(2) これらで何通りのネックレスができるか．

96 C

円周上に n 個の点 P_1，P_2，$\cdots$，P_n があり，これらを結ぶ異なる 2 本の弦の組を考える．ただし $n \geqq 4$ とする．1 つの端点を共有する 2 本の弦の組の個数を a_n，共有点のない 2 本の弦の組の個数を b_n とするとき，$a_n = b_n$ となるような n の値を求めよ．

入試問題にチャレンジ (12)

生徒 14 人から 2 人ずつの組を n 組 ($n = 1$，2，3，$\cdots$，7) 作る作り方を S_n とする．

(1) S_n を n の式で表せ．

(2) S_n を最大にする n をすべて求めよ．

(2005・神戸大学)

n 個の点 P_1，P_2，$\cdots$，P_n から 3 個の点を選び，その 3 点を結んで得られる三角形 T について考える.

ここで，三角形 T の 3 辺のうち，2 辺を選ぶと 1 つの端点を共有する 2 本の弦ができる.

したがって，

$$\begin{aligned} a_n &= {}_n\mathrm{C}_3 \times {}_3\mathrm{C}_2 \\ &= \frac{1}{2}n(n-1)(n-2). \qquad \cdots ① \end{aligned}$$

さらに，n 個の点 P_1，P_2，$\cdots$，P_n から 4 個の点を選び，その 4 点を結んで得られる四角形 S について考える。

ここで，四角形 S において，共有点をもたない 2 辺の組合せは 2 通りある.

したがって，

$$\begin{aligned} b_n &= {}_n\mathrm{C}_4 \times 2 \\ &= \frac{1}{12}n(n-1)(n-2)(n-3). \qquad \cdots ② \end{aligned}$$

①，②より，$a_n = b_n$ が成り立つ条件は，

$$\frac{1}{2}n(n-1)(n-2) = \frac{1}{12}n(n-1)(n-2)(n-3)$$

なので，$n \geqq 4$ より，

$$n-3=6.$$

よって，求める n の値は，

$$n=9.$$

入試問題にチャレンジ (12)

生徒 14 人から 2 人ずつの組を n 組 ($n=1$, 2, 3, $\cdots$, 7) 作る作り方を S_n とする.

(1) S_n を n の式で表せ.

(2) S_n を最大にする n をすべて求めよ.

(2005・神戸大学)

(1) S_n の定め方より,

$$\begin{aligned} S_n &= {}_{14}\mathrm{C}_2 \cdot {}_{12}\mathrm{C}_2 \cdots {}_{14-2(n-1)}\mathrm{C}_2 \div n! \\ &= \frac{14 \cdot 13 \cdots (16-2n)(15-2n)}{2^n \cdot n!} \\ &= \frac{14!}{2^n \cdot n!(14-2n)!}. \end{aligned}$$

(2) $I_n = 2^n \cdot n!(14-2n)!$ とすると, (1) の結果より,

$$S_n\text{が最大} \iff I_n \text{が最小}$$

が成り立つ.

また, $1 \leqq n \leqq 6$ のとき,

$$\begin{aligned} I_{n+1} - I_n &= 2^{n+1}(n+1)!(12-2n)! - 2^n \cdot n!(14-2n)! \\ &= 2^n \cdot n!(12-2n)!\{2(n+1) - (14-2n)(13-2n)\} \\ &= 2^n \cdot n!(12-2n)!(-4n^2 + 56n - 180) \\ &= 2^n \cdot n!(12-2n)!\{-4(n-5)(n-9)\} \end{aligned}$$

であるから,

$$\begin{cases} 1 \leqq n \leqq 4 \text{のとき}, & I_{n+1} - I_n < 0, \\ n = 5 \text{のとき}, & I_{n+1} - I_n = 0, \\ n = 6 \text{のとき}, & I_{n+1} - I_n > 0. \end{cases}$$

これより,

$$\begin{cases} I_1 > I_2 > I_3 > I_4 > I_5, \\ I_5 = I_6, \\ I_6 < I_7 \end{cases}$$

であるから, I_n は $n=5$, 6 のとき, 最小となる.

したがって, S_n を最大にする n の値は,

$$n = 5, \quad 6.$$

第13講　　場合の数(3)

1 **二項定理**

$(a+b)^n$ を展開することを**二項展開**といい，正の整数 n については，

$$(a+b)^n = {}_n\mathrm{C}_0 a^n + {}_n\mathrm{C}_1 a^{n-1}b + \cdots + {}_n\mathrm{C}_{n-1} ab^{n-1} + {}_n\mathrm{C}_n b^n$$

と展開できる．この展開公式を**二項定理**，${}_n\mathrm{C}_r a^{n-r}b^r$ を展開式の**一般項**という．係数 ${}_n\mathrm{C}_r$ は**二項係数**という．

2 **多項定理**

一般に，$(a+b+c)^n$ を展開したときの項

$$a^p b^q c^r \quad (p+q+r=n)$$

の係数は，

$$\frac{n!}{p!q!r!}$$

3 **重複組合せ**

異なる n 種類のものから重複を許して r 個取り出す組合せを**重複組合せ**といい，${}_n\mathrm{H}_r$ と書く．ここで，

$${}_n\mathrm{H}_r = {}_{n+r-1}\mathrm{C}_r$$

が成り立つ．

97 A

$(x+y)^{10}$ の展開式における x^4y^6 の係数を求めよ.

98 A

11^{11} を 100 で割ったときの余りを求めよ.

99 A

等式 $6 \cdot {}_n\mathrm{C}_3 - n \cdot {}_n\mathrm{P}_2 + 144 = 0$ を満たす 3 以上の整数 n の値を求めよ.

100 B

(1) $\left(2x^2 - \dfrac{1}{x}\right)^6$ の展開式における定数項を求めよ．

(2) $(x^2 + x + 1)^5$ の展開式における x^5 の係数を求めよ．

101 B

次の条件を満たす整数 x，y，z の組は何通りあるか．

(1) $x + y + z = 10$，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$z \geqq 0$

(2) $x + y + z = 10$，$x > 0$，$y > 0$，$z > 0$

102 B

1 から n までの番号が 1 つずつ書かれた n 枚のカードがある．次の条件を満たすように左から右に n 枚を並べる場合の数を $C(n)$ とする．

(条件)　1 から n までのすべての自然数 k について，左から k 番目に番号 k のカードがこない．

(1) $C(4)$ を求めよ．

(2) $C(6)$ を求めよ．

(3) $n \geqq 3$ を満たす自然数 n に対して，$C(n+2) = (n+1)\{C(n) + C(n+1)\}$ が成り立つことを証明せよ．

103 C

(1) $n \geqq 2$, $1 \leqq k \leqq n-1$ のとき，等式 ${}_n\mathrm{C}_k = {}_{n-1}\mathrm{C}_{k-1} + {}_{n-1}\mathrm{C}_k$ が成り立つことを証明せよ.

(2) 等式 $k{}_n\mathrm{C}_k = n{}_{n-1}\mathrm{C}_{k-1}$ $(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$ が成り立つことを証明せよ.

(3) 自然数 n に対して，等式 ${}_n\mathrm{C}_1 + 2\cdot{}_n\mathrm{C}_2 + 3\cdot{}_n\mathrm{C}_3 + \cdots + n\cdot{}_n\mathrm{C}_n = 2^{n-1}\cdot n$ が成り立つことを証明せよ.

104 C

自然数 n をそれより小さい自然数の和として表すことを考える．ただし，$1+2+1$ と $1+1+2$ のように和の順序が異なるものは別の表し方とする．例えば，自然数 2 は $1+1$ の 1 通りの表し方ができ，自然数 3 は，

$$2+1, \qquad 1+2, \qquad 1+1+1$$

の 3 通りの表し方ができる．2 以上の自然数 n の表し方は何通りか.

入試問題にチャレンジ (13)

$\left(x - \dfrac{x^2}{2} + y^2 - 2y^3\right)^{10}$ を展開して得られる x，y の多項式について，次数が 12 である項の係数の和を求めよ.

(2009・群馬大学)

2019年度　FG　数学IAIIB　【解答】１３講

$\boxed{97\text{A}}$　210

【解法】

$\boxed{98\text{A}}$　11

【解法】

$\boxed{99\text{A}}$　$n=9$

【解法】

$\boxed{100\text{B}}$　(1)　60　(2)　51

【解法】

$\boxed{101\text{B}}$　(1)　66　(2)　36

【解法】

$\boxed{102\text{B}}$　(1)　$C(4)=9$　(2)　$C(6)=265$　(3)　略

【解法】

第 8 章　二項定理

《学習項目》

・

A問題

〜〜〜

A 8 - 1

(1) ${}_n\mathrm{C}_r+{}_n\mathrm{C}_{r+1}={}_{n+1}\mathrm{C}_{r+1}$ を証明せよ。

(2) $k\cdot{}_n\mathrm{C}_k=n\cdot{}_{n-1}\mathrm{C}_{k-1}$を証明せよ。

A 8 - 2

次の式の展開式における，[　] 内に指定した項の係数を求めよ。

(1) $\left(x^3+\dfrac{2}{x}\right)^7$ $[x^5]$

(2) $\left(2x^3-\dfrac{1}{3x^2}\right)^5$ [定数項]

A 8 - 3

$(x-y+3z)^5$ の展開式における xy^2z^2 の項の係数を求めよ。

A 8 - 4

次の式を簡単にせよ。

(1) ${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots\cdots+{}_n\mathrm{C}_r+\cdots\cdots+{}_n\mathrm{C}_n$

(2) ${}_n\mathrm{C}_0-{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2-\cdots\cdots+(-1)^r{}_n\mathrm{C}_r+\cdots\cdots+(-1)^n{}_n\mathrm{C}_n$

B問題

〜〜

B 8 - 1

次の式を簡単にせよ。

(1) ${}_{2n}\mathrm{C}_0+{}_{2n}\mathrm{C}_2+{}_{2n}\mathrm{C}_4+\cdots\cdots+{}_{2n}\mathrm{C}_{2r}+\cdots\cdots+{}_{2n}\mathrm{C}_{2n}$

(2) ${}_{2n}\mathrm{C}_1+{}_{2n}\mathrm{C}_3+{}_{2n}\mathrm{C}_5+\cdots\cdots+{}_{2n}\mathrm{C}_{2r-1}+\cdots\cdots+{}_{2n}\mathrm{C}_{2n-1}$

B 8 - 2

${}_n\mathrm{C}_1+2{}_n\mathrm{C}_2+3{}_n\mathrm{C}_3+\cdots\cdots+n{}_n\mathrm{C}_n$を計算せよ。

B 8 - 3

次の式を計算せよ。 $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\frac{{}_n\mathrm{C}_k}{k+1}$

C問題

〜〜

C 8 - 1

二項定理を用いて，次の不等式が成り立つことを証明せよ。ただし，n は 2 以上の整数とする。

(1) $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n>2$

(2) $(1+x)^n\geqq 1+nx+\dfrac{n(n-1)}{2}x^2$ $(x>0)$