5/25　数学ゼミ 私立組.

データの分析 やりますか? (10コウ)

☆ 逆手法の質問が出たので.
ざっと答あわせ & 解答プリント (答のみ).

7講の残りC&チャレ

8講の残りC&チャレ

9講の 予習 guide

↓

立方体 の基本情報 ——

逆手法.

② 【例題 09】 hint.

x, y が実数値をとって変わるとき，$\dfrac{x+2y+5}{x^2+y^2+15}$ の最大値と最小値を求めよ。

① 【例題 10】

実数 t が $0 \leqq t \leqq 2$ を満たすとき，2 次方程式 $x^2-2tx+2t^2-4=0$ の実数解 x のとり得る値の範囲を求めよ。

【9】

x, y が実数値をとって変わるとき，$\dfrac{x+2y+5}{x^2+y^2+15}$ の最大値と最小値を求めよ。

解答 $\dfrac{x+2y+5}{x^2+y^2+15}=k$ とおき，分母を払って x について整理すると

$$kx^2-x+ky^2-2y+15k-5=0 \quad \cdots\cdots ①$$

(i) $k=0$ には $x+2y+5=0$ を満たす x, y が対応する.

(ii) $k \neq 0$ のとき，x の実数条件から

判別式 $D_1=1-4k(ky^2-2y+15k-5) \geqq 0$

$\therefore \quad 4k^2y^2-8ky+60k^2-20k-1 \leqq 0 \quad \cdots\cdots ②$

y の 2 次不等式 ② が解をもつための条件は

判別式 $D_2 \geqq 0 \qquad \therefore \quad (4k)^2-4k^2(60k^2-20k-1) \geqq 0$

$\therefore \quad 12k^2-4k-1=(2k-1)(6k+1) \leqq 0 \qquad \therefore \quad -\dfrac{1}{6} \leqq k \leqq \dfrac{1}{2} \ (k \neq 0)$

(i), (ii) を合わせて $\quad -\dfrac{1}{6} \leqq k \leqq \dfrac{1}{2}$

$k=\dfrac{1}{2}$ のとき，② は等号が成り立ち $y=\dfrac{4k}{4k^2}=\dfrac{1}{k}=2$，このとき ① は重複解をもち $x=\dfrac{1}{2k}=1$

同様にして，$k=-\dfrac{1}{6}$ のとき，$y=-6$，$x=-3$

答 最大値 $\dfrac{1}{2}$，最小値 $-\dfrac{1}{6}$

【学習テーマ】逆手法

【10】

実数 t が $0 \leqq t \leqq 2$ を満たすとき，2 次方程式 $x^2-2tx+2t^2-4=0$ の実数解 x のとり得る値の範囲を求めよ。

$\boxed{-2 \leqq x \leqq 2\sqrt{2}}$

【学習テーマ】逆手法，2 次方程式の解の配置問題

tで整理　$2t^2-2x\cdot t+x^2-4=0$ ——⊛

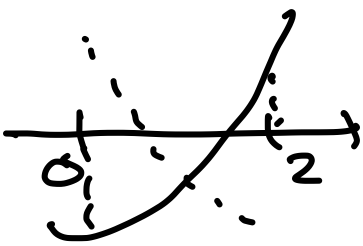
⊛が $0 \leqq t \leqq 2$ に少なくとも1つの~~実数解~~をもつ

~~条件を求める~~

1コ or 2コ

$f(t)=2t^2-2xt+x^2-4$ とおく

(i) $\boxed{1コ}$

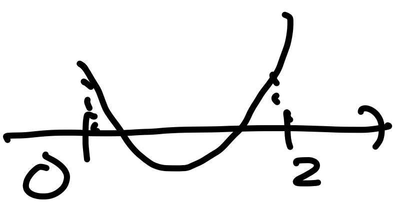


$f(0)\times f(2) \leqq 0$

$(x^2-4)\times(x^2-4x+4) \leqq 0$　$\geqq 0$

$-2 \leqq x \leqq 2$

(ii) $\boxed{2コ}$ (重解含む)



$\begin{cases} f(0) \geqq 0,\ f(2) \geqq 0 \\ 軸\ 0 \leqq \frac{x}{2} \leqq 2 \\ D/4 = x^2-2(x^2-4) \geqq 0 \end{cases}$

より $2 \leqq x \leqq 2\sqrt{2}$

$-2 \leqq x \leqq 2\sqrt{2}$

7講の残りC&チャレ

55 C

$0^\circ \leqq \theta \leqq 45^\circ$ とする．$\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta} = 9$ のとき，$\sin\theta - \cos\theta$ の値を求めよ．

56 C

正五角形 ABCDE において，対角線 AC と BE の交点を F，対角線 AD と BE の交点を G とする．

(1) 三角形 ABG と三角形 GAF は相似であることを証明せよ．

(2) $\mathrm{BF} = 1$ のとき，辺 AB の長さを求めよ．

(3) $\cos 36^\circ$ の値を求めよ．

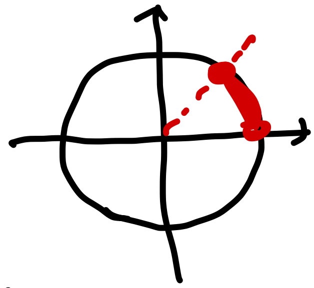
入試問題にチャレンジ (7)

$0^\circ < \theta < 45^\circ$ のとき，縦と横の長さがそれぞれ $\sin\theta$，$\cos\theta$ の長方形がある．この長方形を半分に折ってできる長方形がもとの長方形と相似であるとき，もとの長方形の面積はいくらか．また，もとの長方形の縦と横の長さの比はいくらか．

(2000・藤田保健衛生大学)

55 C

$0° \leqq \theta \leqq 45°$ とする．$\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta} = 9$ のとき，$\sin\theta - \cos\theta$ の値を求めよ．



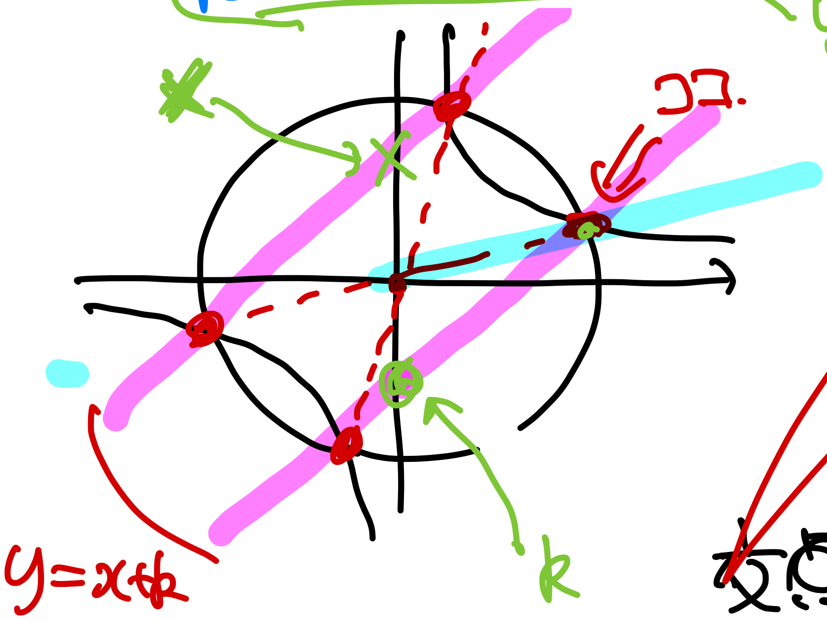
$x=\cos\theta,\ y=\sin\theta$ とおくと

$x^2+y^2=1$ A

$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=9$ のもとで $\boxed{y^2+x^2}=9xy$

$xy=\frac{1}{9}$

$k=y-x$ の値を求めよ　$y=x+k$



~~$x^2+\frac{1}{81x^2}=1$~~

~~$81x^4-81x^2+1=0$~~

~~⋮~~

~~交点そのものを求めよ.~~

$k^2=(y-x)^2=\overbrace{x^2+y^2}^{1}-2\overbrace{xy}^{\frac{1}{9}}=\frac{7}{9}$

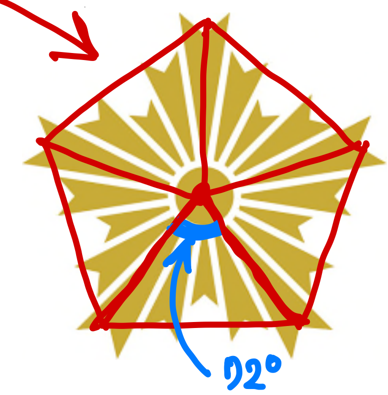
$0°\leqq\theta\leqq45°$ より　$k=-\frac{\sqrt{7}}{3}$ //

正五角形 ABCDE において，対角線 AC と BE の交点を F，対角線 AD と BE の交点を G とする．

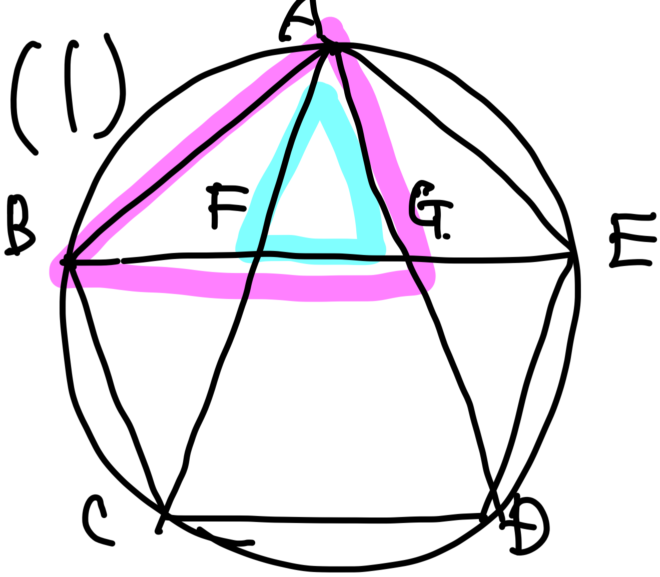
(1)　三角形 ABG と三角形 GAF は相似であることを証明せよ．

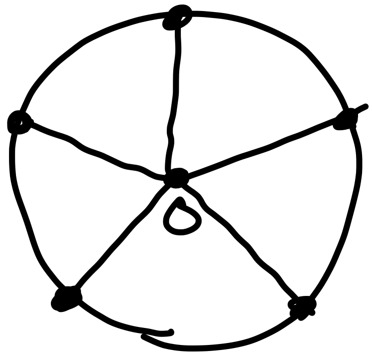
(2)　BF ＝ 1 のとき，辺 AB の長さを求めよ．

(3)　cos 36° の値を求めよ．



(1)





正五角形の中心角　72°　(外接円)

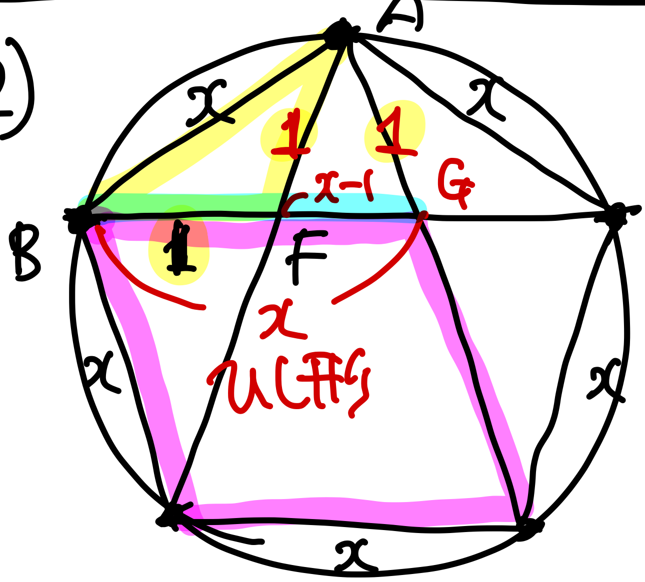
↓

円周角の定理　　円周角＝$\frac{1}{2}$×中心角

↓

二角相等　(相似)

(2)



BF＝1，AB＝x とおく

(1) $\triangle ABG \sim \triangle GAF$ より

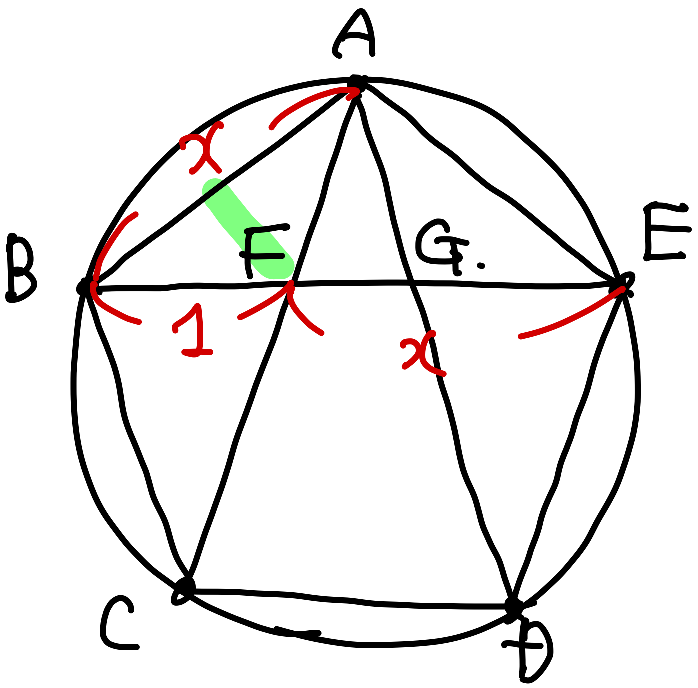
$AB:AG = GA:GF$

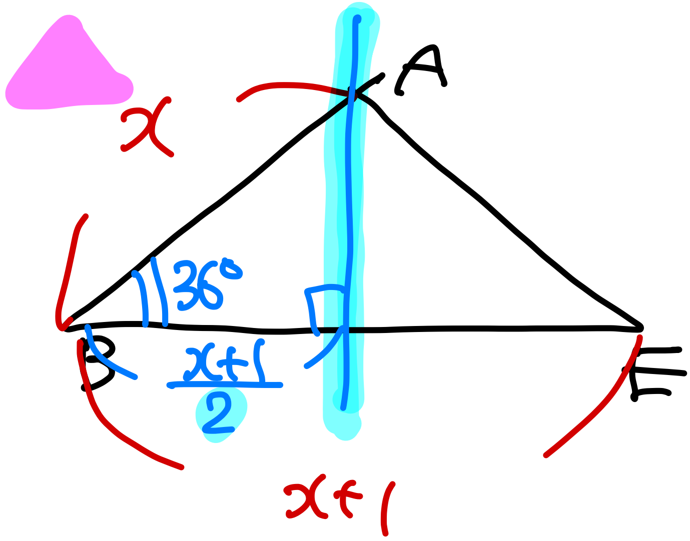
$x:1 = 1:x-1$

$x(x-1) = 1\times 1$

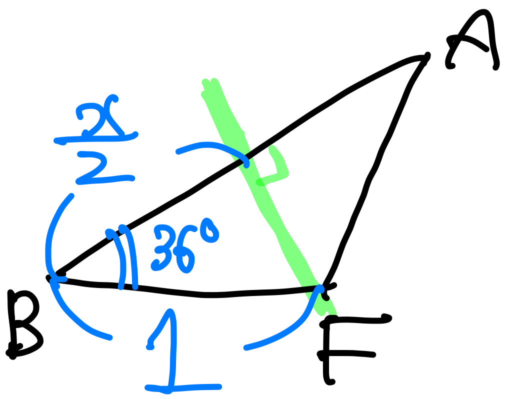
$x^2 - x - 1 = 0$

$x>0$ より　$x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$



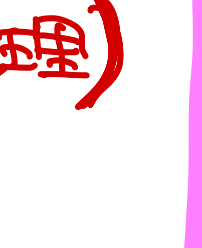


$$\cos 36^\circ = \frac{\left(\frac{x+1}{2}\right)}{x}$$



$$\cos 36^\circ = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)}{1} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$$

18° family (36°, 54°, 72°, ...)



① 正五角形内の相似

A ② 正五角形の対角線（トレミーの定理）

Ⅱ ③ 5倍角が有名角

$\theta = 18^\circ$ とおく

$5\theta = 90^\circ$ ...

$3\theta = 90^\circ - 2\theta$

$\sin 3\theta = \sin(90^\circ - 2\theta)$

...

合同条件

shape size

- 三辺相等
- 二辺夾角
- 二角夾辺

夾 挟

相似条件

shape のみ

- 三辺比相等
- 二辺比夾角
- 二角相等

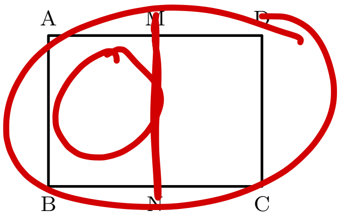
入試問題にチャレンジ (7)

$0^\circ < \theta < 45^\circ$ のとき，縦と横の長さがそれぞれ $\sin\theta$，$\cos\theta$ の長方形がある．この長方形を半分に折ってできる長方形がもとの長方形と相似であるとき，もとの長方形の面積はいくらか．また，もとの長方形の縦と横の長さの比はいくらか．

【解答】 (2000・藤田保健衛生大学)

$0^\circ < \theta < 45^\circ$ のとき，

$$\begin{cases} 0 < \tan\theta < 1, \\ 0 < \sin\theta < \cos\theta < 1. \end{cases}$$



もとの長方形の 4 頂点を図のように A，B，C，D とし，

$$\begin{cases} \mathrm{AB} = \sin\theta \\ \mathrm{AD} = \cos\theta \end{cases}$$

とする．

さらに，辺 AD の中点を M，辺 BC の中点を N とすると，長方形 ABCD と長方形 BNMA が相似であることから，

$$\mathrm{AB} : \mathrm{AD} = \mathrm{BN} : \mathrm{BA}.$$

したがって，

$$\sin\theta : \cos\theta = \frac{1}{2}\cos\theta : \sin\theta$$

$$2\sin^2\theta = \cos^2\theta$$

$$\tan^2\theta = \frac{1}{2}$$

であるから，

$$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

これより，

$$\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

したがって，もとの長方形の面積は，

$$\sin\theta\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

また，もとの長方形の縦と横の比は，

$$\sin\theta : \cos\theta = 1 : \sqrt{2}.$$

8講の残りC&チャレ

63 C

三角形ABCにおいて，$\mathrm{AB}=15$，$\mathrm{BC}=13$，$\mathrm{CA}=8$である．点Pが辺AB上に，点Qが辺AC上にあり，線分PQが三角形ABCの面積を二等分するように動くとき，線分PQの長さの最小値を求めよ．

64 C

実数xに対して，3辺の長さがそれぞれ$2x-1$，x^2-2x，x^2-x+1で表される三角形Tがある．このとき，Tの3つの内角のうち，最大の角の大きさを求めよ．

入試問題にチャレンジ(8)

三角形ABCにおいて，頂点Aから直線BCに下ろした垂線の長さは1，頂点Bから直線CAに下ろした垂線の長さは$\sqrt{2}$，頂点Cから直線ABに下ろした垂線の長さは2である．

このとき，三角形ABCの面積と，内接円の半径，および，外接円の半径を求めよ．

(2010・千葉大学)

63 C

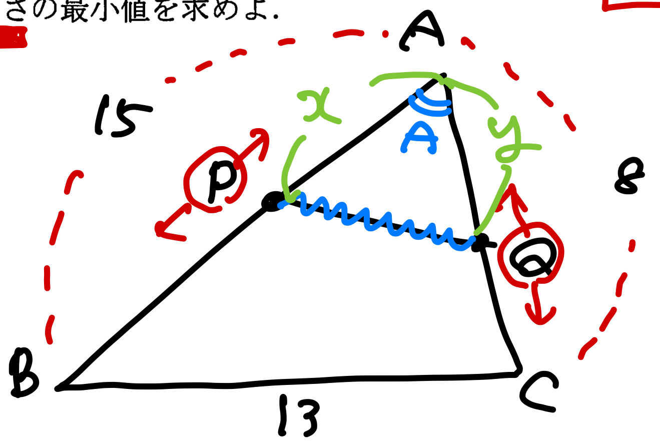
三辺相等

三角形 ABC において，AB = 15，BC = 13，CA = 8 である．点 P が辺 AB 上に，点 Q が辺 AC 上にあり，線分 PQ が三角形 ABC の面積を二等分するように動くとき，線分 PQ の長さの最小値を求めよ．

二辺挟角

△の面積公式

余弦定理.



$x = AP,\ y = AQ$ とおくと，$(0 < x \leqq 15,\ 0 < y \leqq 8)$

(面積) $\triangle APQ = \frac{1}{2} \times \triangle ABC$

$$\frac{1}{2} xy \cdot \cancel{\sin A} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 15 \times 8 \times \cancel{\sin A}$$

$$xy = 60 \quad \text{―― ①}$$

(余弦) $\begin{cases} PQ^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cdot \cos A & \leftarrow \triangle APQ \\ 13^2 = 15^2 + 8^2 - 2 \times 15 \times 8 \times \cos A & \leftarrow \triangle ABC \end{cases}$

$\cos A = \frac{1}{2}$ $(A = 60^\circ)$ より

$$PQ^2 = x^2 + y^2 - xy \quad \text{―― ②}$$

ここで PQの最小値を求める． $2\sqrt{15}$

$$\begin{cases} 0<x\leqq 15,\quad 0<y\leqq 8 & \text{——} \; ☆ \\ xy=60 & \text{——} \; ① \\ PQ^2=x^2+y^2-xy & \text{——} \; ② \end{cases}$$

$y=\dfrac{60}{x}$

y消去

$PQ^2=(x-y)^2+xy$

$\geqq 60$

$PQ\geqq 2\sqrt{15}$

等号は $x=y=2\sqrt{15}$

☆をみたす

$PQ^2=x^2+\dfrac{3600}{x^2}-60$

$\geqq 2\sqrt{x^2\times\dfrac{3600}{x^2}}-60$

$=60$

以下同様

平方完成 ‥‥ 相加相乗

64 C　答 120°

$\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$

⊕

実数 x に対して，3 辺の長さがそれぞれ $2x-1$，x^2-2x，x^2-x+1 で表される三角形 T がある．このとき，T の 3 つの内角のうち，最大の角の大きさを求めよ．

最大の角 $\xleftrightarrow{\text{対応}}$ 最大の辺

3辺正より　$x>\frac{1}{2}$　かつ「$x<0$，$x>2$」

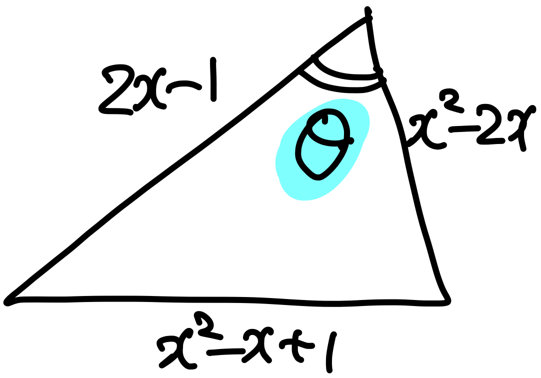
$\therefore\ x>2$

［x^2-x+1 が最大辺っぽい］

$$\begin{cases}(x^2-x+1)-(2x-1)=x^2-3x+2\\ \qquad =(x-1)(x-2)>0\\ (x^2-x+1)-(x^2-2x)=x+1>0 \text{ より}\end{cases}$$

x^2-x+1 が最大辺の長さ

図のように θ をとり
θ を求めればよい



余弦定理より

~~展開~~

$$\cos\theta=\frac{(2x-1)^2+(x^2-2x)^2-(x^2-x+1)^2}{2\times(2x-1)(x^2-2x)}$$

$(2x^2-3x+1)\cdot(-x-1)$

$=-(2x-1)(x-1)(x+1)$

$$\cos\theta = \frac{(2x-1)^2 + (x^2-2x)^2 - (x^2-x+1)^2}{2\times(2x-1)(x^2-2x)}$$

$$(2x^2-3x+1)\times(-x-1)$$

$$= -(2x-1)(x-1)(x+1)$$

$$\boxed{\text{分子}} = (2x-1)\left\{\underbrace{(2x-1)-(x-1)(x+1)}_{-x^2+2x}\right\}$$

$$\therefore\ \cos\theta = \frac{(2x-1)\overbrace{(-x^2+2x)}^{-(x^2-2x)}}{2(2x-1)(x^2-2x)} = -\frac{1}{2}$$

$$\theta = 120^\circ$$

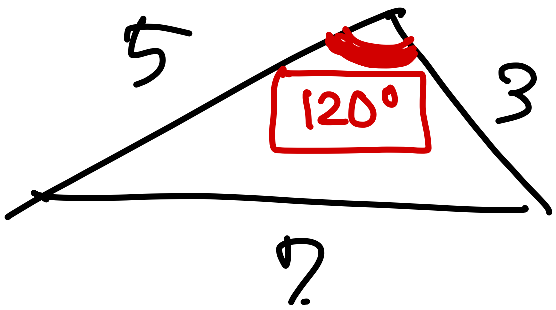
実数 x に対して，3 辺の長さがそれぞれ $2x-1$，x^2-2x，x^2-x+1 で表される三角形 T がある．このとき，T の 3 つの内角のうち，最大の角の大きさを求めよ．

$\boxed{\text{マーク式}}$ ： $\boxed{}\times 30^\circ$ の型で答えは

実験

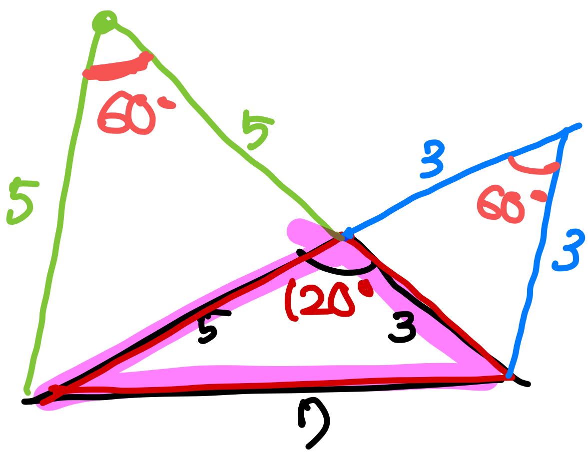
$x=1, 2$ 代入 ✗

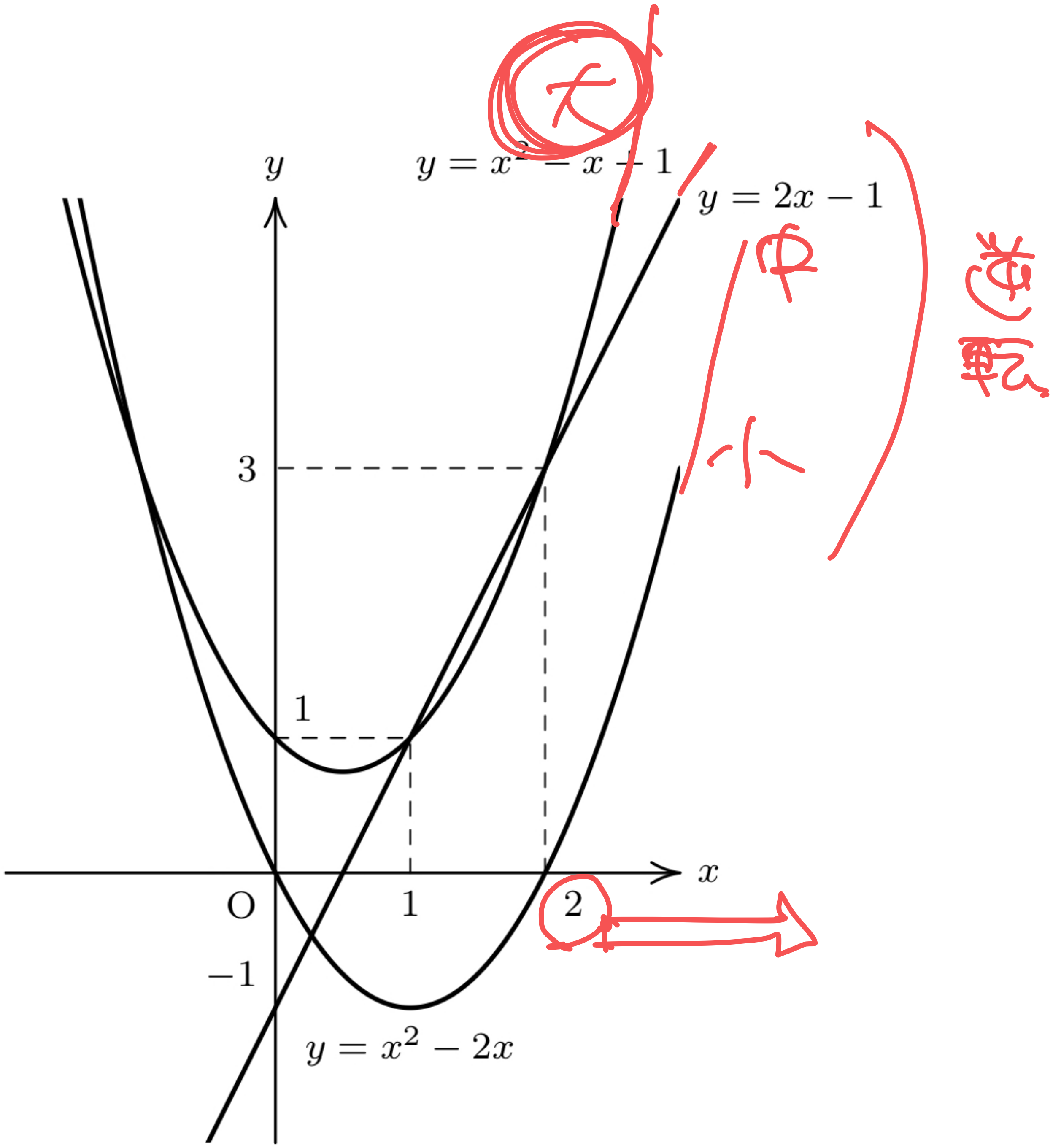
$x=3$ 代入　順に　5，3，7



余弦より
7の対角は
120°

名古屋の悩みは $\boxed{\text{七五三}}$.





大
$y = x^2 - x + 1$
$y = 2x - 1$
中
小
逆転
y
x
3
1
O
1
2
-1
$y = x^2 - 2x$

入試問題にチャレンジ (8)

三角形ABCにおいて，頂点Aから直線BCに下ろした垂線の長さは1，頂点Bから直線CAに下ろした垂線の長さは$\sqrt{2}$，頂点Cから直線ABに下ろした垂線の長さは2である．

このとき，三角形ABCの面積と，内接円の半径，および，外接円の半径を求めよ．

(2010・千葉大学)

入試問題にチャレンジ (8)

三角形 ABC において，頂点 A から直線 BC に下ろした垂線の長さは 1，頂点 B から直線 CA に下ろした垂線の長さは $\sqrt{2}$，頂点 C から直線 AB に下ろした垂線の長さは 2 である．

このとき，三角形 ABC の面積と，内接円の半径，および，外接円の半径を求めよ．

【解答】

(2010・千葉大学)

$\mathrm{BC}=a$，$\mathrm{CA}=b$，$\mathrm{AB}=c$ とすると，条件より，

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot a. \qquad \cdots ①$$

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot b. \qquad \cdots ②$$

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot c. \qquad \cdots ③$$

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A. \qquad \cdots ④$$

①，②，③より，

$$a=2c, \quad b=\sqrt{2}\,c.$$

ここで，内接円の半径を r とすると，

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}(a+b+c)r$$

であるから，

$$\frac{1}{2}(2c+\sqrt{2}\,c+c)r=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot c.$$

したがって，

$$\begin{aligned} r&=\frac{2}{3+\sqrt{2}}\\ &=\frac{2(3-\sqrt{2})}{7}. \end{aligned}$$

また，②，④より，

$$\sqrt{2}=c\sin A. \qquad \cdots ⑤$$

さらに，三角形 ABC に余弦定理を用いると，

$$\begin{aligned} \cos A&=\frac{(\sqrt{2}\,c)^2+c^2-(2c)^2}{2\cdot\sqrt{2}\,c\cdot c}\\ &=-\frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

であるから，

$$\begin{aligned} \sin A&=\sqrt{1-\cos^2 A}\\ &=\frac{\sqrt{14}}{4}. \end{aligned}$$

⑤より，

$$\frac{\sqrt{14}}{4}c=\sqrt{2}$$

であるから，

$$c=\frac{4\sqrt{7}}{7}.$$

③より，

$$\begin{aligned} \triangle\mathrm{ABC}&=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\frac{4\sqrt{7}}{7}\\ &=\frac{4\sqrt{7}}{7}. \end{aligned}$$

さらに，三角形 ABC の外接円の半径を R とし，正弦定理を用いると，

$$2R=\frac{a}{\sin A}$$

であるから，

$$\begin{aligned} R&=\frac{a}{2\sin A}\\ &=\frac{2\cdot\frac{4\sqrt{7}}{7}}{2\cdot\frac{\sqrt{14}}{4}}\\ &=\frac{8\sqrt{2}}{7}. \end{aligned}$$

コメント

問題は単純なのですが，条件式が多いために，整理整頓が苦手な生徒には難しく見えるものでしょうね。

逆に図形的な落とし所がない問題なので，式の組合せがうまくいった生徒は満点をとれる問題です。差がつく問題の一例だと思います。

第9講　三角比(3)

1 **四角形の面積**

四角形 ABCD の面積 S は，対角線 AC，BD のなす角を θ とすると，

$$S = \frac{1}{2}\mathrm{AC}\cdot\mathrm{BD}\sin\theta$$

2 **円に内接する四角形の対角の和**

四角形 ABCD が円に内接する必要十分条件は，対角の和が 180° である．すなわち，

$$\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{C} = \angle\mathrm{B} + \angle\mathrm{D} = 180^\circ$$

3 **球の体積と表面積**

半径 r の球の体積を V，表面積を S とすると，

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3,\quad S = 4\pi r^2$$

65 A

平行四辺形 ABCD において，$\mathrm{AB} = 4$，$\mathrm{BC} = 5$，$\mathrm{BD} = 7$ のとき，平行四辺形 ABCD の面積を求めよ．

66 A

円 K に内接する四角形 ABCD において，$\mathrm{AB} = 5$，$\mathrm{BC} = 3$，$\mathrm{CD} = 2$，$\angle \mathrm{ABC} = 60^\circ$ とする．

(1) 対角線 AC の長さを求めよ．さらに，円 K の半径を求めよ．

(2) 辺 DA の長さを求めよ．

(3) 四角形 ABCD の面積を求めよ．

67 A

次の問に答えよ．

(1) 半径 1 の円に内接する正六角形の面積を求めよ．

(2) 半径 1 の円に外接する正六角形の面積を求めよ．

68 B

四角形 ABCD の 2 つの対角線の長さが $\mathrm{AC} = 1$，$\mathrm{BD} = 2$ であり，それらが交点をもち，なす角が 30° であるとき，四角形 ABCD の面積を求めよ．

69 B

円に内接する四角形 ABCD において，$\mathrm{AB} = 1$，$\mathrm{BC} = 2$，$\mathrm{CD} = 3$，$\mathrm{DA} = 4$ であり，$\angle\mathrm{DAB} = \theta$ とする．

(1) $\cos\theta$ の値，および，対角線 BD の長さを求めよ．

(2) 四角形 ABCD の面積を求めよ．

70 B

一辺の長さが 1 の正四面体の体積を求めよ．

70 B

一辺の長さが１の正四面体の体積を求めよ．

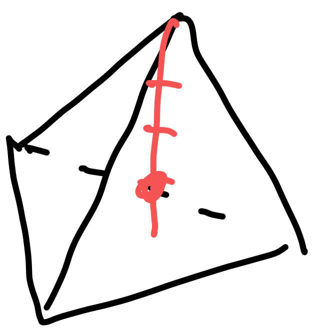
空間
① できるだけ平面に帰着．
ある面，断面，展開図
射影

② 別の図形に埋めこむ

一般論

正四面体
一辺の長さを a とすると
高さ $h = \boxed{\sqrt{\frac{2}{3}}}\, a$
内接球半径 $r = \boxed{\frac{1}{4}}\, h$
外接球半径 $R = \boxed{\frac{3}{4}}\, h$

呼吸商
$\frac{CO_2}{O_2}$



71 C

$n \geqq 3$，$r > 0$ とする．

(1) 半径 r の円に内接する正 n 角形の面積を r と n を用いて表せ．

(2) 半径 r の円に外接する正 n 角形の面積を r と n を用いて表せ．

72 C

半径 r の球面上に異なる 4 点 A，B，C，D がある．

$$AB = CD = \sqrt{2}, \quad AC = AD = BC = BD = \sqrt{5}$$

であるとき，r の値を求めよ．

入試問題にチャレンジ (9)

半径 r の球面上に 4 点 A，B，C，D がある．四面体 ABCD の各辺の長さは，

$$AB = \sqrt{3}, \qquad AC = AD = BC = BD = CD = 2$$

を満たしている．このとき，r の値を求めよ．

(2001・東京大学)

2019年度　FG　数学IAIIB　【解答】9講

$\boxed{65A}$　$S=8\sqrt{6}$

【解法】平行四辺形の性質

①平行四辺形の対角線は互いに他を二等分する，②2対辺の長さが等しい，

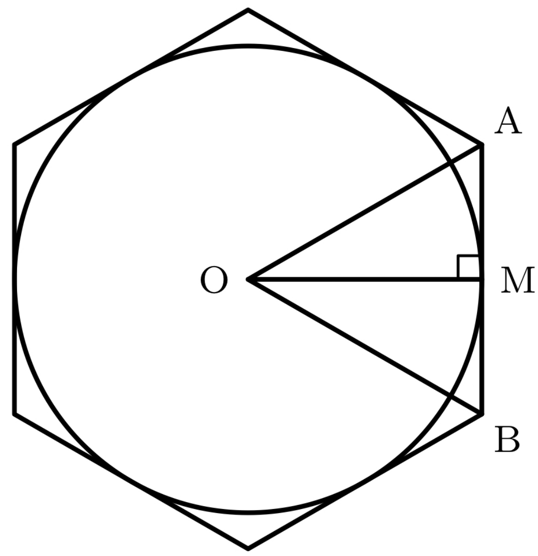
③2対角の大きさが等しい，④対辺の長さが等しく，かつ平行。

$\boxed{66A}$　(1)　$R=\dfrac{\sqrt{57}}{3}$　(2)　$\mathrm{DA}=3$　(3)　$S=\dfrac{21\sqrt{3}}{4}$

【解法】円の内接四角形の性質　＆　二辺夾角

$\boxed{67A}$　(1)　$S=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$　(2)　$S=2\sqrt{3}$

【解法】正n角形⇒中心角n等分して二等辺三角形へ。



$\boxed{68B}$　$S=\dfrac{1}{2}$

$\boxed{69B}$　(1)　$\cos\theta=\dfrac{1}{5}$　(2)　$S=2\sqrt{6}$

【解法】円の内接四角形の性質　＆　二辺夾角

$\boxed{70B}$　$\dfrac{\sqrt{2}}{12}$

【解法】正四面体の基本情報

(1)　(2)　(3)

（正四面体）

過去問めぐり「空間図形」

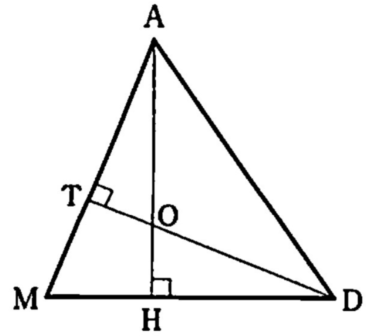
【３】2009 昭和大学 1/25,選抜Ⅰ期(第１次) 医

(3)　半径 r の 4 個の小球が互に外接している。次の各問に答えよ。

(3－1)　各小球の中心を 4 つの頂点とする正三角錐の体積を求めよ。

(3－2)　4 個の小球が内接する球の半径を求めよ。

(3 - 2)点 D から線分 AM に下ろした垂線の足を T とする。線分 TD と線分 AH の交点を O とする。このとき，OA＝OD となり，図形の対称性から，点 O は正四面体 ABCD の外接球の中心である。これが求める球の中心と一致して，求める球の半径は OD＋r となる。



次に，OD の長さを求める。

∠DTM＝∠DHO＝90°，∠TDM＝∠HDO より

$$\triangle DTM \backsim \triangle DHO$$

ゆえに　　DT : DM＝DH : OD

$$OD = \frac{DM \cdot DH}{DT}$$

$DM = \sqrt{3}r$，$DH = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}r$，$DT = AH = \dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}r$ を代入して

$$OD = \sqrt{3}r \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}r} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}r = \frac{\sqrt{6}}{2}r$$

したがって，求める円の半径は

$$OD + r = \frac{2+\sqrt{6}}{2}r$$