6/5 私立いち組

ㄦ～

111 C

箱の中に 1 から 10 までの 10 枚のカードが入っている．この箱の中から 3 枚のカードを同時に取り出すとき，最大の番号が 8 以上で，最小の番号が 2 以下である確率を求めよ．

112 C

3 人がじゃんけんを 1 回だけするとき，次の確率を求めよ．

(1) 1 人だけが勝つ確率.

(2) 勝ち負けが決まらない（アイコである）確率.

入試問題にチャレンジ (14)

N を自然数とする．赤いカード 2 枚と白いカード N 枚が入っている袋から無作為にカードを 1 枚ずつ取り出して並べていくゲームをする．2 枚目の赤いカードが取り出された時点でゲームは終了する．赤いカードが最初に取り出されるまでに取り出された白いカードの枚数を X とし，ゲーム終了時までに取り出された白いカードの総数を Y とする．

(1) $n=0$，1，$\cdots$，N に対して，$X=n$ となる確率 p_n を求めよ．

(2) $n=0$，1，$\cdots$，N に対して，$Y=n$ となる確率 q_n を求めよ．

(2010・神戸大学)

111 C 【テーマ】「最大値，最小値」

箱の中に 1 から 10 までの 10 枚のカードが入っている．この箱の中から 3 枚のカードを同時に取り出すとき，最大の番号が 8 以上で，最小の番号が 2 以下である確率を求めよ．

【解答】

10 枚のカードから 3 枚のカードを取り出す方法の総数は，

$${}_{10}\mathrm{C}_3 = 120 \text{通り}$$

あり，これらは同様に確からしい．

このうち，最大の番号が 8 以上で，最小の番号が 2 以下であるのは，取り出されるカードが次のような場合を考えればよい．

(i) 番号が 8 以上のカードが 2 枚，番号が 2 以下のカードが 1 枚のとき．

(ii) 番号が 8 以上のカードが 1 枚，番号が 2 以下のカードが 2 枚のとき．

(iii) 番号が 8 以上のカードが 1 枚，番号が 2 以下のカードが 1 枚，番号が 3 以上 7 以下のカードが 1 枚のとき．

(i) を満たすカードの取り出し方は，

$${}_3\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{C}_1 = 6 \text{通り}.$$

(ii) を満たすカードの取り出し方は，

$${}_3\mathrm{C}_1 \times {}_2\mathrm{C}_2 = 3 \text{通り}.$$

(iii) を満たすカードの取り出し方は，

$${}_3\mathrm{C} \times {}_2\mathrm{C}_1 \times {}_5\mathrm{C}_1 = 30 \text{通り}.$$

したがって，求める確率は，

$$\frac{6+3+30}{120} = \frac{13}{40}.$$

(誤答)

番号が 8 以上のカードを 1 枚，番号が 2 以下のカードが 1 枚を取り出せばよいので，残りの 1 枚は何でもよい．

したがって，求める確率は，

$$\frac{{}_3\mathrm{C}_1 \times {}_2\mathrm{C}_1 \times {}_8\mathrm{C}_1}{120} = \frac{2}{5}.$$

(誤答終り)

112 C 【テーマ】「じゃんけんの確率」

3 人がじゃんけんを 1 回だけするとき，次の確率を求めよ.

(1) 1 人だけが勝つ確率.

(2) 勝ち負けが決まらない（アイコである）確率.

【解答】

3 人がじゃんけんを 1 回だけするとき，手の出し方は，

$$3^3 = 27 \text{通り}$$

あり，これらは同様に確からしい.

(1) 1 人だけが勝つのは，勝つ人の選び方が 3 通り，そのそれぞれに対して，その人が出す手の選び方が 3 通りあるから，求める確率は，

$$\frac{3 \times 3}{27} = \frac{1}{3}.$$

(2) 2 人だけ勝つ確率は，

$$\frac{{}_3\mathrm{C}_2 \times 3}{27} = \frac{1}{3}.$$

これと (1) の結果より，勝ち負けが決まらない確率は，

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}.$$

入試問題にチャレンジ (14)

N を自然数とする．赤いカード 2 枚と白いカード N 枚が入っている袋から無作為にカードを 1 枚ずつ取り出して並べていくゲームをする．2 枚目の赤いカードが取り出された時点でゲームは終了する．赤いカードが最初に取り出されるまでに取り出された白いカードの枚数を X とし，ゲーム終了時までに取り出された白いカードの総数を Y とする．このとき，以下の問に答えよ．

(1) $n=0$，1，$\cdots$，N に対して，$X=n$ となる確率 p_n を求めよ．

(2) $n=0$，1，$\cdots$，N に対して，$Y=n$ となる確率 q_n を求めよ．

【解答】 (2010・神戸大学)

$(N+2)$ 枚のカードはすべて区別し，すべて取り出して左から順に並べていくことにする．

このとき，カードの並べ方は，

$$(N+2)!\text{ 通り}$$

あり，これらは同様に確からしい．

(1) $X=n$ となるのは，左から n 枚目までがすべて白いカードで，$(n+1)$ 枚目が赤いカード．さらに，残りの $(N-n+1)$ 枚のうちいずれか 1 枚が赤いカードのときである．

したがって．$X=n$ となるような $(N+2)$ 枚のカードの並べ方は，

$$(N-n+1)\cdot 2!\cdot N!\text{ 通り}$$

あるから，

$$p_n=\frac{(N-n+1)\cdot 2!\cdot N!}{(N+2)!}=\frac{2(N-n+1)}{(N+1)(N+2)}.$$

(2) $Y=n$ となるのは，左から $(n+1)$ 枚目までのカードのうち，1 枚だけが赤いカードであり，左から $(n+2)$ 枚目が赤いカード．さらに，残りの $(N-n)$ 枚のカードがすべて白いカードのときである．

したがって．$Y=n$ となるような $(N+2)$ 枚のカードの並べ方は，

$$(n+1)\cdot 2!\cdot N!\text{ 通り}$$

あるから，

$$q_n=\frac{(n+1)\cdot 2!\cdot N!}{(N+2)!}=\frac{2(n+1)}{(N+1)(N+2)}.$$

第15講　確率(2)

1 **試行の独立**

2つの試行 T_1，T_2 において，一方の結果が他方の結果に影響を及ぼさないとき，これらの試行は**独立**であるという．

独立な試行 T_1，T_2 を同時に行うかあるいは続けて行うとき，これらの試行をまとめた試行 T を**独立試行**という．

2 **独立試行における確率**

2つの独立な試行 T_1，T_2 をまとめた試行 T において，T_1 では事象 A_1 が起こり，T_2 では事象 A_2 が起こるという事象を B とすると，

$$P(B)=P(A_1)P(A_2)$$

3 **反復試行の確率**

ある試行を同じ条件の下で何回か繰り返して行うとき，この全体を1つの試行と考えて，**反復試行**という．

1回の試行において，事象 A の起こる確率を p とする．この試行を n 回繰り返すとき，ちょうど r 回だけ事象 A が起こる確率は，

$$_n\mathrm{C}_r p^r(1-p)^{n-r} \quad (r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

113 A

袋 A には白球が 7 個，赤球が 3 個，袋 B には白球が 6 個，赤球が 4 個入っている．袋 A から球を 1 個，袋 B から球を 2 個取り出すとき，3 個すべて白球である確率を求めよ．

$\boxed{113A}$ $\dfrac{7}{30}$

114 A

1 枚の硬貨を 6 回投げるとき，表が 3 回だけ出る確率を求めよ．

$\boxed{114A}$ $\dfrac{5}{16}$

115 A

1 個のさいころを振って，出た目の数が 4 以下のとき 1 点，5 以上のとき 2 点が与えられるゲームがある．さいころを 6 回振ったときの得点が 9 点となる確率を求めよ．

$\boxed{115A}$ $\dfrac{160}{729}$

1回 $\begin{cases} 1点 & \frac{2}{3} \\ 2点 & \frac{1}{3} \end{cases}$

⇒ 6回で9点

6回中3回2点（のこり3回は1点）

${}_6C_3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3$

116 B 反復試行(3種)

1つのさいころを3回振るとき，次の確率を求めよ．

(1) 3の倍数がちょうど2回出る確率．

(2) 少なくとも1回は1の目が出る確率．

(3) 1回目は1の目，2回目は2以下の目，3回目は4以上の目が出る確率．

$\boxed{116\mathrm{B}}$ (1) $\dfrac{2}{9}$ (2) $\dfrac{91}{216}$ (3) $\dfrac{1}{36}$

117 B 反復試行(日本シリーズ)

A，Bの2チームが試合をして，先に4勝したチームが優勝するものとする．各試合においてAがBに勝つ確率は $\frac{1}{3}$ で，引き分けはないものとする．このとき，Aが優勝する確率を求めよ．

$\boxed{117\mathrm{B}}$ $\dfrac{379}{2187}$

118 B 反復試行(途中も考慮)

点Pは初め数直線上の原点にあり，硬貨を投げて，表が出たら $+1$ だけ進み，裏が出たら -1 だけ進むとする．硬貨を8回投げるとき，次の確率を求めよ．

(1) Pが3の倍数の点にある確率．

(2) Pが原点に戻ることがない確率．

$\boxed{118\mathrm{B}}$ (1) $\dfrac{43}{128}$ (2) $\dfrac{35}{128}$

2019 年度　FG　数学 IAIIB　【解答】１５講

$\boxed{113A}$　$\dfrac{7}{30}$

【解法】

$\boxed{114A}$　$\dfrac{5}{16}$

【解法】

$\boxed{115A}$　$\dfrac{160}{729}$

【解法】

$\boxed{116B}$　(1)　$\dfrac{2}{9}$　(2)　$\dfrac{91}{216}$　(3)　$\dfrac{1}{36}$

【解法】

$\boxed{117B}$　$\dfrac{379}{2187}$

【解法】

$\boxed{118B}$　(1)　$\dfrac{43}{128}$　(2)　$\dfrac{35}{128}$

【解法】

119 C

さいころを n 回振るとき，出る目の積が 6 の倍数である確率を求めよ．

120 C

箱の中に，1 点と書かれたカード 1 枚と 0 点と書かれたカードが 3 枚入っている．この箱からカードを取り出しては点数を確認し，元に戻す試行を 50 回繰り返す．

このとき，取り出したカードの合計点は，何点となる確率が最も大きいか．

入試問題にチャレンジ (15) easy

さいころを n 個同時に投げるとき，出た目の数の和が $n+3$ になる確率を求めよ．

(2006・京都大学)