試験時間60分　　解答は解答用紙に書いて、提出してください

$\boxed{1}$ $f(x)$ の $x=1$ における微分係数が存在するとき，次の極限値を $f(1)$，$f'(1)$ で表せ。

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-x^3f(1)}{x-1}$$

$\boxed{2}$ 関数 $y=x^3-12x$ の区間 $-1\leqq x\leqq 3$ における最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{3}$ k は定数とする。3 次関数 $f(x)=x^3-3x^2-4x+k$ について，方程式 $f(x)=0$ が異なる 3 つの整数解をもつとき，k の値およびその整数解を求めよ。

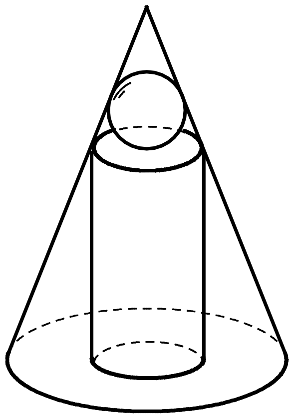
$\boxed{4}$ 関数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-ax^2+4(a^2-9)x+1$ において

(1)　$f(x)$ が極大値，極小値をもつための a の値の範囲を求めよ。

(2)　$f(x)$ が $x>0$ で極大値，極小値をもつための a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{5}$ $f(x)=2x^2-4x+3$，$g(x)=-x^2-2x-2$ とする。
放物線 $y=f(x)$ と放物線 $y=g(x)$ の両方に接する 2 本の直線の交点を求めよ。

6 図のように，円錐 T と，その内部にあって T に接する円柱 S がある．T の底面の直径は $4\sqrt{2}$，高さは 8 とし，S の底面の直径は $2x$ とする．また，この円柱 S および円錐 T の両方に接する球 U を考える．



S の高さは $^{ア}\boxed{} - {}^{イ}\boxed{}\sqrt{{}^{ウ}\boxed{}}\,x$ である．

S の体積を $f(x)$ とすると，その導関数 $f'(x)$ に関して，等式

$$\frac{1}{\pi}f'(x) = {}^{エ}\boxed{}\sqrt{{}^{オ}\boxed{}}\,x^2 + {}^{カ}\boxed{}\,x$$

が成り立つ．したがって，$f(x)$ は $x = {}^{キ}\boxed{}$ のとき最大となる．

U の半径を r とすると，$r = \dfrac{x}{\sqrt{{}^{ク}\boxed{}}}$ である．S の体積と U の体積の和を $g(x)$ とおくと，その導関数 $g'(x)$ に関して，等式

$$\frac{1}{\pi}g'(x) = {}^{ケ}\boxed{}\sqrt{{}^{コ}\boxed{}}\,x^2 + {}^{サ}\boxed{}\,x$$

が成り立つ．したがって，$g(x)$ は $x = {}^{シ}\boxed{}$ のとき最大となる．

7 ＊　science の 7 個の文字を横 1 列に並べるとき，その並べ方は $^{ア}\boxed{}$ 通りある。このうち，s が i より左にあり，n が i より右にあるものは，$^{イ}\boxed{}$ 通りある。

8 ＊　円 $x^2+y^2+2x+4y-4=0$ と直線 $7x-y+2=0$ の 2 つの交点 A，B を通り，点 $(-1,\ 2)$ を通る円の方程式を求めよ。