

試験時間60分 解答は解答用紙に書いて、提出してください

- ① x, y, z が $x+2y+3z=6$ を満たすとき、 $x^2+4y^2+9z^2$ の最小値とそのときの x, y の値を求めよ。
- ② 100 人の集まりがあり、この中から 5 名の代表者を選ぶ。100 人が 1 名ずつ名前を書いて投票するとき、当選が確実となる最低票数は何票か。
- ③ 次の (1) ~ (3) の文章中にある に入る最も適当なものを、下の選択肢 (ア) ~ (エ) の中から 1 つ選べ。
- (1) 2 つの三角形 ABC と DEF が合同であることは、2 つの三角形の面積が等しいための 。
- (2) $a < 0$ であることは、 x の 2 次方程式 $x^2 + (2a - 3)x + a^2 - 3a + 2 = 0$ の 2 つの実数解がともに正であるための 。
- (3) どちらか一方は 0 でない実数 a, b において、2 つの直線 $ax + by = 3$ と $bx - ay = 1$ の交点が第 1 象限に存在することは、 $a > 0$ かつ $b > 0$ であるための 。
- (ア) 必要条件である (イ) 十分条件である
(ウ) 必要十分条件である (エ) 必要条件でも十分条件でもない
- ④ 次の ア ~ エ に当てはまるものを、下の ① ~ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。
自然数 m, n について、条件 p, q, r を次のように定める。
 p : $m + n$ は 2 で割り切れる
 q : n は 4 で割り切れる
 r : m は 2 で割り切れ、かつ n は 4 で割り切れる
 また、条件 p の否定を \bar{p} 、条件 r の否定を \bar{r} で表す。このとき
 p は r であるための ア 。
- \bar{p} は \bar{r} であるための イ 。
- 「 p かつ q 」は r であるための ウ 。
- 「 p または q 」は r であるための エ 。
- ① 必要十分条件である ② 必要条件であるが、十分条件でない
 ③ 十分条件であるが、必要条件でない ④ 必要条件でも十分条件でもない

談話室マロニエ 数学小テスト ⑫2 集合論理・不等式 2 / 2

5 不等式 $-x^2 + a < y < x^4 - 3x^2 + 1 \dots\dots$ ① について、次の各条件が成り立つような a の範囲を、それぞれ求めよ。

- (1) ①が x の値にかかわらずに成り立つような y が存在する。
- (2) x がどのように与えられても、その x に対して ①が成り立つような y が存在する。
- (3) y がどのように与えられても、その y に対して ①が成り立つような x が存在する。

6 次のように2種類の演算 \oplus, \circ を定義する。

任意の数 x, y に対して $x \oplus y = x + y + 1, x \circ y = x(y + 1)$

(1) この定義にしたがって次の値を求めよ。

(ア) $(3 \oplus 4) \oplus 5$ (イ) $(3 \circ 4) \circ 5$ (ウ) $3 \circ (4 \oplus 5)$

(2) ①, ②, ③の各式について以下の(A), (B), (C)のどの場合に当てはまるかをそれぞれ記せ。結果のみで良い。

① $(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$ ② $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$

③ $a \circ (b \oplus c) = (a \circ b) \oplus (a \circ c)$

- (A) 任意の数 a, b, c に対して成立する。
- (B) どんな数 a, b, c に対しても成立しない。
- (C) 成立する場合もあるし、成立しない場合もある。

7 a, b, c を正の数とするとき、 $(a + b + c)(ab + bc + ca) \geq kabc$ が常に成り立つような定数 k の最大値を求めよ。

8 【記述式】

正の数 a, b, c について、次のことを示せ。

(1) $a + \frac{1}{a} \geq 2$

(2) $a + b \geq 4$ ならば、 $a \geq 2$ または $b \geq 2$ である。

(3) 3つの数 $a + \frac{1}{b}, b + \frac{1}{c}, c + \frac{1}{a}$ のうち少なくとも1つは2以上である。

9 * 直線 $x + 2y = 3$ が双曲線 $x^2 - y^2 = 1$ によって切り取られる弦について、その中点の座標および長さを求めよ。