分野別模擬試験　第４回　ベクトル（２）

演習１

四角形 OABC において，

$$\begin{cases} \angle \mathrm{OAC}=90^\circ,\ \angle \mathrm{OBC}=90^\circ, \\ \mathrm{OA}=\sqrt{2},\ \mathrm{OB}=4,\ \overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=4 \end{cases}$$

とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。

演習２

平面上の点 O を中心にもつ半径 1 の円周上に 3 点 A, B, C があり,

$$3\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}-5\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{0}$$

が成り立つとき,

(1) 内積 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}$ の値を求めよ。

(2) 三角形 ABC の面積を求めよ。

演習３

三角形 OAB は，$\mathrm{OA}=3, \mathrm{OB}=2\sqrt{2}, \angle\mathrm{AOB}=45^\circ$ をみたしている。

(1) $\left|2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|$ を求めよ。

(2) 平面 OAB 上において $\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|=1$ をみたして点 P が動くとき $\left|2\overrightarrow{\mathrm{PA}}+\overrightarrow{\mathrm{PB}}\right|$ の最大値と最小値を求めよ。

演習４

O を原点とする座標平面上の点 $\mathrm{A}(-1,1)$, $\mathrm{B}(\sqrt{3}+1,\sqrt{3}-1)$, $\mathrm{P}(x,y)$ に対し，

$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\vec{p}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ とする。

$\overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{a}\geqq 0$ かつ $\overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{b}\geqq 0$ をみたす点 P からなる領域を D とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{b}$ のなす角はいくらか。

(2) 領域 D を図示せよ。

(3) 半径 r $(r>0)$ の円が領域 D に含まれるように動くとき，原点 O とこの円の中心との距離の最小値を求めよ。また，この最小値を与える円の中心の座標を求めよ。