

試験時間60分 解答は解答用紙に書いて、提出してください

- ① p, q を定数とする。定積分 $\int_{-1}^1 (x^2 + px - q)^2 dx$ は、 $p = \boxed{}$, $q = \boxed{}$ で最小値をとる。空欄を埋めよ。ただし、1桁の整数とは限らない。

② $\int_{-1}^3 (|x| - 1)^2 dx$ を求めよ。

- ③ xy 平面上で、連立不等式

$$\begin{cases} |x| \leq 2, \\ y \geq x, \\ y \leq \left| \frac{3}{4}x^2 - 3 \right| - 2 \end{cases}$$

を満たす領域の面積を求めよ。

- ④ 次の等式を満たす関数 $f(x)$ と定数 C の値を求めよ。

$$\int_0^x f(t) dt + \int_0^1 (x+t)^2 f'(t) dt = x^2 + C$$

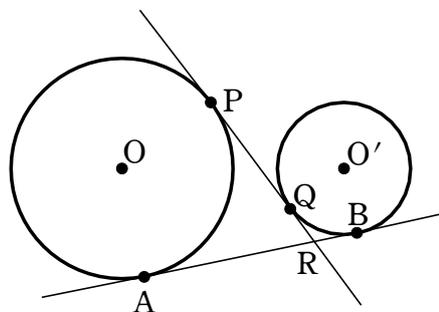
- ⑤ $f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2$ として、次の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ の増減と極値を調べ、グラフをかけ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ に2点で接する直線の方程式を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と(2)で求めた直線 $y = g(x)$ とで囲まれる部分の面積を S とする。

S の値を求めよ。必要に応じて $\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)^2 (x - \beta)^2 dx = \frac{1}{30}(\beta - \alpha)^5$ を使ってよい。

- 6 * 下の図において、直線 AB は円 O, O' にそれぞれ点 A, B で接していて、直線 PQ は円 O, O' にそれぞれ点 P, Q で接している。直線 AB と直線 PQ の交点を R とする。円 O, O' の半径をそれぞれ r, r' とする。ただし、 $r > r'$ である。中心 O, O' 間の距離が 7 で、 $AB=5, PQ=3$ であるとき、 r, r' の大きさは $r = \sqrt{\quad}$, $r' = \sqrt{\quad}$ であり、線分 AR の長さは $AR = \sqrt{\quad}$ である。

空欄を埋めよ。ただし、1 桁の整数とは限らない。



- 7 * $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{1}}{\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{1}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{2}} + \dots + \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt[4]{n+1} + \sqrt[4]{n}}$ を簡単にせよ。

- 8 * 1 から 6 までの数字が 1 つずつ書かれている 6 枚のカードがある。これらをよくかきまぜた上で、左から右に 1 列に並べる。カードに書かれた数字を左から順に a, b, c, d, e, f とする。

- (1) $a + b = c$ となる確率を求めよ。
- (2) $a + b = c + d$ となる確率を求めよ。