

分野別模擬試験 第12回 数列(4)**演習1**

数列 $\{a_n\}$ は、 $a_1 = 4$ で、 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し次の関係をみたしている。

$$a_{n+1} = \frac{4}{n+1} + \frac{1}{a_n}$$

- (1) a_2, a_3, a_4 を求め、 $\{a_n\}$ の一般項を予想せよ。
- (2) 数学的帰納法により、(1)の予想が正しいことを証明せよ。

演習 2

n が自然数のとき, 不等式 $1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{n^3} \leq \frac{1}{2} \left(3 - \frac{1}{n^2} \right)$ が成り立つことを証明せよ。

演習 3

$t = x + \frac{1}{x}$ とおけば、 $x^n + \frac{1}{x^n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)は t の n 次式になることを、数学的帰納法により証明せよ。

演習 4

半径が等しく、厚さがそれぞれ 1cm, 2cm, 2cm の白, 赤, 青の円盤がある。これを積み重ねて円柱を作る。円柱の高さが n cm になるような積み重ね方の場合の数を a_n とする。ただし、各円盤は十分たくさんあるものとする。

- (1) a_1 および a_2 を求めよ。
- (2) a_{n+2} を a_n と a_{n+1} を用いて表せ。
- (3) a_n を n を用いて表せ。