試験時間60分　　解答は<u>解答用紙</u>に書いて、提出してください

$\boxed{1}$ $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{[10^n\pi]}{10^n}$ の値を求めよ。ただし，$[x]$ は，実数 x に対して，$m \leqq x < m+1$ を満たす整数 m である。（答えだけで良い）

$\boxed{2}$ 数列 $\{a_n(x)\}$ は $a_n(x)=\dfrac{\sin^{2n+1}x}{\sin^{2n}x+\cos^{2n}x}$ $(0\leqq x\leqq\pi)$ で定められたものとする．

(1) この数列の極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n(x)$ を求めよ．

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n(x)$ を $A(x)$ とおくとき，関数 $y=A(x)$ のグラフを図示せよ．

$\boxed{3}$ $f(x)=\dfrac{ax^3+bx^2+cx+d}{x^2-6x+8}$ で $\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)=6$ とすると，$a=$ ア$\boxed{}$，$b=$ イ$\boxed{}$ である．更に，$\displaystyle\lim_{x\to2}f(x)=-10$ とすると，$c=$ ウ$\boxed{}$，$d=$ エ$\boxed{}$ である．

$\boxed{4}$ $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{e^x+x-1}{\sin x}$ を求めよ。

$\boxed{5}$ $\displaystyle\lim_{x\to\infty}x\sin(\log(x+1)-\log x)$ を求めよ。ここで，対数は自然対数である。

$\boxed{6}$ 次の極限が有限の値となるように定数 a，b を定め，そのときの極限値を求めよ．

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{9-8x+7\cos2x}-(a+bx)}{x^2}$$

$\boxed{7}$ 関数 $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & (x\leqq 1) \\ \dfrac{ax+b}{x+1} & (x>1) \end{cases}$ が $x=1$ で微分可能であるとき，a，b の値を求めよ．

$\boxed{8}$ 直線 $y=x$ と放物線 $y=(x-n)^2$ で囲まれた図形の面積を S_n とする（n は自然数）．このとき，$L=\lim_{n\to\infty}\dfrac{S_n}{n^{\alpha}}$ が存在して，かつ $L\fallingdotseq 0$ となるのは $\alpha=\boxed{}$ のときである．

$\boxed{9}$ 座標平面上の動点 P，Q は，原点からスタートし，まず x 軸の正の方向に長さ 1 だけ進む。次に，左（反時計回り）に一定の角度だけ向きを変え，$\dfrac{1}{2}$ 進む。以後同様に，一定の角度だけ向きを変えてから直前に移動した距離の半分ずつ進むものとする。

(1)　動点 P は毎回 90° だけ向きを変えるものとする。図 1 のように，P_1，P_2，P_3，……とするとき，$P_{2n}(x_{2n},\ y_{2n})$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$を n を用いて表せ。

(2)　これを無限に繰り返したとき，動点 P が近づく点の座標を求めよ。

(3)　動点 Q は毎回 120° だけ向きを変えるものとする。図 2 のように，Q_1，Q_2，Q_3，……とするとき，$Q_{3n}(x_{3n},\ y_{3n})$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$を n を用いて表せ。

(4)　これを無限に繰り返したとき，動点 Q が近づく点の座標を求めよ。

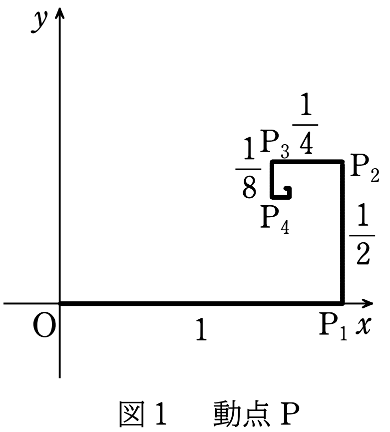

図 1　動点 P

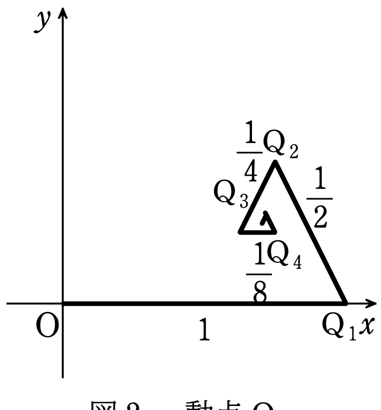

図 2　動点 Q