

試験時間60分 解答は解答用紙に書いて、提出してください

- 1 *
 n を $0 \leq n \leq 18$ である整数として、次の n の式 $f(n)$ を考える。

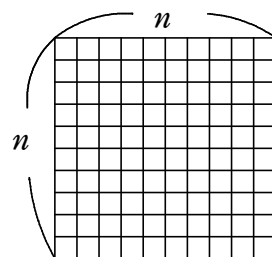
$$f(n) = |n-1| + |n-2| + |n-3| + \dots + |n-18|$$

このとき、次のことがいえる。

- (1) $f(0) = \overset{ア}{\square}$ である。
 (2) $f(n)$ の値が最小となる n の値は $n = \overset{ク}{\square}$ と $n = \overset{ケ}{\square}$ であり、そのとき、
 $f(n) = \overset{コ}{\square}$ である。

- 2 和 $\sum_{k=1}^{2n} (-1)^{k-1} k^2$ を求めよ。

- 3 1 辺の長さが n の正方形の各辺を n 等分して図のような網目状の図形を考える。



- (1) この図形に含まれる線分を辺とする正方形の個数を求めよ。
 (2) この図形に含まれる線分を辺とする長方形であって正方形ではないものの個数を求めよ。

- 4 次のように、正の奇数を順に上から下へ、左から右に奇数個ずつ並べる。

1
 3, 5, 7
 9, 11, 13, 15, 17
 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31

上から下へ 1 行, 2 行,, 左から右へ 1 列, 2 列, と数える。

- (1) 第 n 行目の第 1 列目の数を n の式で示せ。
 (2) 第 n 行目にあるすべての数の総和を求めよ。
 (3) 奇数 555 はそれぞれ何行何列にあるか。

5 n を自然数とする. 集合 A, B が $A = \{(x, y) \mid x, y \text{ はともに整数, かつ } |x| + |y| \leq n\}$
 $B = \{(x, y) \mid x, y \text{ はともに整数, かつ } |2x| + |y| \leq 8n\}$ により与えられているとき, 次の
 集合の要素の個数を求めよ.

- (1) A (2) $\overline{A} \cap B$

6 次のように円 C_n を定める. まず, C_0 は $(0, \frac{1}{2})$ を中心とする半径 $\frac{1}{2}$ の円, C_1 は
 $(1, \frac{1}{2})$ を中心とする半径 $\frac{1}{2}$ の円とする. 次に C_0, C_1 に外接し x 軸に接する円を C_2 と
 する. 更に, $n=3, 4, 5, \dots$ に対し, 順に, C_0, C_{n-1} に外接し x 軸に接する円で
 C_{n-2} でないものを C_n とする. C_n ($n \geq 1$) の中心の座標を (a_n, b_n) とするとき, 次の問
 いに答えよ. ただし, 2つの円が外接するとは, 中心間の距離がそれぞれの円の半径の
 和に等しいことをいう.

このとき, a_n を求めよ.

7 2つの箱 A, B のそれぞれに赤玉が1個, 白玉が3個, 合計4個ずつ入っている. 1回
 の試行で箱 A の玉1個と箱 B の玉1個を無作為に選び交換する. この試行を n 回繰り
 返した後, 箱 A に赤玉が1個, 白玉が3個入っている確率 p_n を求めよ.

8 数列 a_1, a_2, a_3, \dots を次のように定める.

(A) $a_1 = 1$ とする.

(B) $a_n \geq \frac{5}{4}(n+1)$ であれば, $a_{n+1} = a_n - 1$ とする.

(C) $a_n < \frac{5}{4}(n+1)$ であれば, $a_{n+1} = a_n + 2$ とする.

(1) a_6 を求めよ.

(2) a_{4m-1} ($m=1, 2, 3, \dots$) を m の式で表せ.