

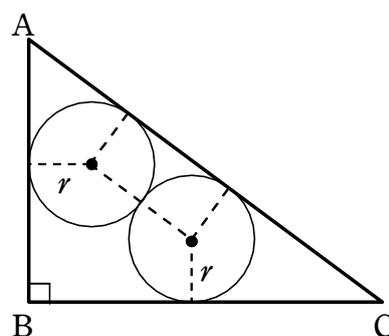
試験時間60分 解答は解答用紙に書いて、提出してください

1 連立方程式 
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \\ x + y + 3z = 3 \end{cases}$$
 を解け.

2 不等式  $|x^2 - 2x - 3| \geq 2|x - 2|$  を解け.

3 直角三角形 ABC において、 $AB=3$ 、 $AC=5$ 、 $BC=4$  である。

図のように、半径  $r$  の 2 つの円が互いに外接し、一方の円は辺 AB、AC と、もう一方の円は辺 AC、BC と接している。このとき、 $r$  の値を求めよ。



- 4 (1) 関数  $f(x) = xe^{-2x}$  の極値と曲線  $y = f(x)$  の変曲点の座標を求めよ。  
 (2) 曲線  $y = f(x)$  上の変曲点における接線、曲線  $y = f(x)$  および直線  $x = 3$  で囲まれた部分の面積を求めよ。

5 座標平面において、動点 P の座標  $(x, y)$  が時刻  $t$  の関数として

$$x = t^{\frac{1}{4}}(1-t)^{\frac{3}{4}}, \quad y = t^{\frac{3}{4}}(1-t)^{\frac{1}{4}} \quad (0 \leq t \leq 1)$$

で与えられている。

- (1) 動点 P の  $x$  座標が最大になるのは  $t = \overset{ア}{\square}$  のときであり、 $y$  座標が最大になるのは  $t = \overset{イ}{\square}$  のときである。
- (2)  $0 < t < 1$  のとき、動点 P の速さの最小値は  $\overset{ウ}{\square}$  である。
- (3) 動点 P が直線  $y = x$  上にくるのは  $t = 0$  のとき、 $t = \overset{エ}{\square}$  のとき、 $t = 1$  のときの 3 回である。
- (4)  $t$  が  $0 \leq t \leq 1$  の範囲を動くとき、動点 P の描く曲線を  $L$  とする。 $L$  で囲まれる図形の面積は  $\overset{オ}{\square}$  である。

6 空間内に以下のような円柱と正四角柱を考える。円柱の中心軸は  $x$  軸で、中心軸に直交する平面による切り口は半径  $r$  の円である。正四角柱の中心軸は  $z$  軸で、 $xy$  平面による切り口は 1 辺の長さが  $\frac{2\sqrt{2}}{r}$  の正方形で、その正方形の対角線は  $x$  軸と  $y$  軸である。

$0 < r \leq \sqrt{2}$  とし、円柱と正四角柱の共通部分を  $K$  とする。

- (1) 高さが  $z = t$  ( $-r \leq t \leq r$ ) で  $xy$  平面に平行な平面と  $K$  との交わりの面積を求めよ。
- (2)  $K$  の体積  $V(r)$  を求めよ。
- (3)  $0 < r \leq \sqrt{2}$  における  $V(r)$  の最大値を求めよ。