<u>試験時間70分</u>　解答は<u>解答用紙</u>に書いて、提出してください

（注）試験時間が普段とは異なります

$\boxed{1}$ 1辺の長さが2の正四面体OABCにおいて，辺OA上に点Pをとり，内積$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}=1$とする。更に，辺PB上の点Qを，PBとCQが垂直になるようにとる。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$を$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$を用いて表せ。　　(2)　PB：PQを求めよ。

$\boxed{2}$ 点$(1,\ -2,\ 0)$を通り$\vec{a}=(2,\ 0,\ 1)$に平行な直線をℓ，点$(3,\ 12,\ -4)$を通り$\vec{b}=(1,\ 1,\ 1)$に平行な直線をmとする。点Pはℓ上，点Qはm上を動くとき，線分PQの長さの最小値を求めよ。

$\boxed{3}$ 点A$(1,\ 2,\ 4)$を通り，ベクトル$\vec{n}=(-3,\ 1,\ 2)$に垂直な平面をαとする。平面αに関して同じ側に2点P$(-2,\ 1,\ 7)$，Q$(1,\ 3,\ 7)$がある。

(1)　平面αに関して点Pと対称な点Rの座標を求めよ。

(2)　平面α上の点で，PS＋QSを最小にする点Sの座標とそのときの最小値を求めよ。

$\boxed{4}$ 3点A$(2,\ 0,\ 0)$，B$(0,\ 2,\ 0)$，C$(0,\ 0,\ 3)$が定める平面に原点Oから垂線OHを下ろす。$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$を$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$で表すと，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}={}^{ア}\boxed{}\,\overrightarrow{\mathrm{OA}}+{}^{イ}\boxed{}\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}+{}^{ウ}\boxed{}\,\overrightarrow{\mathrm{OC}}$である。

$\boxed{5}$ 座標空間において，3点A$(1,\ -1,\ 2)$，B$(2,\ 3,\ 3)$，E$(3,\ 3,\ 2)$を通る平面上に点C，Dがある。四角形ABCDが正方形になるときの点C，Dの座標を求めよ。ただし，点C，Dのz座標は正とする。

$\boxed{6}$ 座標空間内に点 P(5，4，2) を中心とする半径 7 の球面 S がある．原点 O からベクトル $\vec{a}=(1,\ 1,\ -2)$ の向きに出た光線が球面 S 上の点 Q で反射され，球面 S 上の点 R に達した．点 Q での反射により，点 R は直線 OQ と直線 PQ で作られる平面上にあり，直線 PQ は∠OQR を 2 等分することになる．

(1)　球面 S の座標による方程式を求めよ．

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ の成分を求めよ．

(3)　原点 O から直線 PQ に垂線 ON を下ろしたとき，$\overrightarrow{\mathrm{QN}}$ の成分を求めよ．

(4)　直線 QR 上の点 M から直線 PQ に下ろした垂線と直線 PQ との交点が，N と一致するとき，$\overrightarrow{\mathrm{QM}}$ の成分を求めよ．

(5)　$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ の成分を求めよ．

$\boxed{7}$ ＊平面の問題

xy 平面で，動点 P は集合 $M=\{(x,\ y)\mid x^2+y^2\leqq 1\}$ を，動点 Q は集合 $N=\{(x,\ y)\mid |x|+|y|=3\}$ を動くとする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ で表される点 R が動いてできる図形を図示し，その面積を求めよ。　ただし，O は原点とする。

$\boxed{8}$ ＊

$3\sin x+\cos x=c$ が $0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}$ で異なる 2 つの解をもつような c の値の範囲を求めよ。