

試験時間60分 解答は解答用紙に書いて、提出してください

1 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int \sin^2 2x dx$ (2) $\int \cos 3x \cos 5x dx$

2 不定積分 $\int \frac{5}{2x^2 - 7x + 3} dx$ を求めよ。

3 不定積分 $\int x^2 \sin x dx$ を求めよ。

4 定積分 $\int_0^4 \sqrt{2 - \sqrt{x}} dx$ を求めよ。

5 $x > 0$ に対し関数 $f(x)$ を $f(x) = \int_0^x \frac{dt}{1+t^2}$ と定め、 $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ とおく。

(1) $\frac{d}{dx} f(x)$ を求めよ。

(2) $\frac{d}{dx} g(x)$ を求めよ。

(3) $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ を求めよ。

6 (1) 不定積分 $\int \sin^2 t dt$, $\int \sin t \cos t dt$, $\int \cos^2 t dt$ をそれぞれ求めよ。

(2) 等式 $f(x) = \cos x + \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f(t) \cos(t-x) dt$ を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

7 関数 $f(x)$ は, $f(0) = 0$ を満たすものとし, また, $g(x) = \int_0^x (e^x + e^t) f'(t) dt$ とおく。

(1) $g(x)$ の導関数 $g'(x)$ を計算せよ。

(2) $e^x f(x) = -3x^2 e^x + g(x)$ が成り立つとき, $f(x)$ を求めよ。

8 関数 $f(x) = \int_{-x}^{2x} t \sin t dt$ について, 次の問いに答えよ。

(1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(2) $0 \leq x \leq \pi$ において, $f(x)$ が最大値をとる x の値を α とするとき, $\cos \alpha$ の値を求めよ。

(3) $0 \leq x \leq \pi$ において, $f(x)$ の最小値を求めよ。