

**試験時間60分 解答は解答用紙に書いて、提出してください**

- ① 鉛筆が 435 本，ノートが 268 冊ある。何人かの子どもに，鉛筆もノートもそれぞれ均等に，できるだけ多く配ったところ，鉛筆が 45 本，ノートが 34 冊余った。子どもの人数を求めよ。

- ②  $\frac{6n^2 + 11n + 38}{3n - 2}$  が整数となるような最大の自然数  $n$  を求めよ。

- ③  $m$  を正の整数とする。 $P = m^3 - 4m^2 - 4m - 5$  が素数となるとき， $P$  の値を求めよ。

- ④  $x^3 + y^3 - 2x^2y = 1$  を満たす整数  $x, y$  の組をすべて求めよ。

- ⑤  $5x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 4y + 7 = 0$  を満たす整数の組  $(x, y)$  を求めよ。

6  $0 < x \leq y \leq z$  である整数  $x, y, z$  について

- (1)  $xyz + x + y + z = xy + yz + zx + 5$  を満たす整数  $x, y, z$  をすべて求めよ.
- (2)  $xyz = x + y + z$  を満たす整数  $x, y, z$  をすべて求めよ.

7  $a$  を正の奇数とする。次の (A), (B) を満たす整数  $b, c$  の組がちょうど 3 つ存在するような最小の  $a$  を求めよ。

- (A)  $a, b, c$  は直角三角形の 3 辺の長さである。
- (B)  $a < b < c$

8 実数  $x$  に対して  $x$  以下の最大の整数を  $[x]$  で表す。例えば  $[\sqrt{2}] = 1, [-1.3] = -2$  である。

(1)  $[\frac{1}{3}x + 1] = -2$  を満たす  $x$  の値の範囲を求めよ。

(2)  $[\frac{1}{6}x] = [\frac{1}{2}x + 1]$  を満たす  $x$  について考える。  $[\frac{1}{6}x] = [\frac{1}{2}x + 1] = k$  とおく。

$$[\frac{1}{6}x] = k \text{ から } \text{ア} \boxed{\phantom{00}} \leq x < \text{イ} \boxed{\phantom{00}} \dots\dots \text{①}$$

$$\text{であり, また } [\frac{1}{2}x + 1] = k \text{ から } \text{ウ} \boxed{\phantom{00}} \leq x < \text{エ} \boxed{\phantom{00}} \dots\dots \text{②}$$

である。  $x$  の範囲 ①, ② が共通部分をもつのは  $k = \text{オ} \boxed{\phantom{00}}$  のときのみであるから、

$$[\frac{1}{6}x] = [\frac{1}{2}x + 1] \text{ を満たす } x \text{ の値の範囲は } \text{カ} \boxed{\phantom{00}} \leq x < \text{キ} \boxed{\phantom{00}} \text{ である。}$$