テーマ別　場合の数

《基礎チェック問題》

1．6 個の数 0，1，2，3，4，5 から異なる 3 個の数 a，b，c を使って，3 けたの数を作る．このとき，3 けたの数は $\boxed{\quad}$ 通りでき，そのうち偶数は $\boxed{\quad}$ 通りである．（00　福岡大・理系）

2．KEITAI の 6 個の文字を横 1 列に並べる方法の総数は $\boxed{\quad}$ 通りである．（00　中村学園大）

3．OKASHODAI の 9 文字を使ってできる順列の総数は $\boxed{\quad}$ 通りで，そのうち K，S，H，D がこの順に並ぶ順列は $\boxed{\quad}$ 通りある．ただしこの 4 文字は連続しなくても良いものとする．（00　岡山商科大・商）

4．a，a，b，c，d，e の 6 個の文字の中から 4 個選んで一列に並べる並べ方は何通りあるか．（00　酪農学園大・獣医）

5．A，A，A，B，C，C，D の 7 文字を 1 列に並べるとき，A と B とが隣り合うような並べ方は $\boxed{\quad}$ 通りある．（00　朝日大・法，経営）

6．1，2，3，4，5，6，7，8，9 の 9 個の数字を 1 回ずつ用いて 9 桁の 10 進数を作る．この方法で作られるすべての 10 進数の平均値を求めよ．（00　文京大・情）

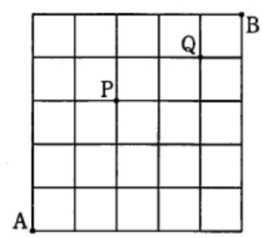
7．$x+y+z=8$ を満たす正の整数 x，y，z の組は $\boxed{\quad}$ 組ある．（00　中央学院大）

8．$x+y+z=16$ を満たす負でない整数 x，y，z の組の個数は $\boxed{\quad}$ 個である．（00　帝京大・法）

9．A，B，C の 3 つの箱と区別のない 10 個の玉がある．この 10 個の玉をこれらの箱に入れる場合，入れ方は何通りあるか．ただし 1 個も入らない箱があってもよいものとする．（00　酪農学園大・酪農，環境システム）

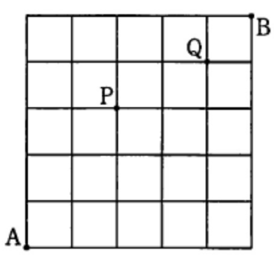
10．女子 4 人と男子 3 人の 7 人が 1 列に並ぶとき，両端とも女子がくる並び方は $\boxed{\quad}$ 通りであり，どの男子も隣り合わない並び方は $\boxed{\quad}$ 通りである．（00　椙山女学園大）

11．7 か国から 1 人ずつ代表が来て円卓に座った．その座り方は全部で $\boxed{\text{(ア)}}$ 通りである．2 人はアジアから，3 人はヨーロッパから，他の 2 人はそれぞれアメリカとアフリカから来ているが，ヨーロッパから来た 3 人がすべて隣どうしに座るならび方は $\boxed{\text{(イ)}}$ 通り，アジアから来た 2 人が隣り合わないならび方は $\boxed{\text{(ウ)}}$ 通りである．（類　00　明治学院大・文，国際）



12．8 冊の異なる本を 5 冊，2 冊，1 冊の 3 組に分けると $\boxed{\quad}$ 通り，4 冊，2 冊，2 冊の 3 組に分けると $\boxed{\quad}$ 通りできる．（00　鹿児島経済大・社）

13．右の道路で A から B へ行く距離の最短の道順は $\boxed{\quad}$ 通りあり，そのうち P と Q のどちらとも通る道順は $\boxed{\quad}$ 通り，P または Q を通る道順は $\boxed{\quad}$ 通り，P と Q のどちらも通らない道順は $\boxed{\quad}$ 通りある．（00　松山大・法）



《基礎チェック問題・解答》

1. 整数は数字の順列です．順列は，どのような順序で考えてもよいので，できるだけ考えやすい順序，つまり**制約の強いところから考えるのが原則**です．たとえば，本問の前半は百の位（0 以外）から考えます．

作られる 3 けたの数を pqr とします．

- **全部の個数**：p ⇨ q ⇨ r の順に考え，$p \neq 0$ により
  $5 \times 5 \times 4 =$ **100** 通り
- **偶数の個数**：$r=$偶数（0，2，4）で，$p \neq 0$ である順列の個数を数えればよく，r ⇨ p ⇨ q の順に考えて，
  $r=0$ の場合 $1 \times 5 \times 4$ 個，$r \neq 0$ の場合 $2 \times 4 \times 4$ 個
  よって全部で，$20+32=$ **52** 通り

⇨注　奇数のほうが偶数よりも数えやすいので，偶数の個数は“余事象”で求めるのも手です．奇数は，r（奇数）⇨ p ⇨ q と考えて，$3 \times 4 \times 4 = 48$ 通りできるので，偶数は $100-48=52$ 通り

2. I，I，A，E，K，T の 6 個の順列です．同じものがあるときは，まずそれをどこに配置するか，ということに着目します．右の 6 か所のうち，どの 2 か所に I を入れるかで ${}_6C_2$ 通りあり，残りの 4 か所に A，E，K，T を並べればよいから，${}_6C_2 \times 4! = 15 \times 24 =$ **360** 通り．

□□□□□□

＊　　＊

とりあえず同じものを区別（2 個の I を I_1，I_2 とする）して数えることもできます．I，I，A，E，K，T の 1 つの並べ方に対して，2 個の I を区別して 2! 通りの I_1，I_2，A，E，K，T……① の並べ方ができます．①の並べ方は 6! 通りあるので，I，I，A，E，K，T の並べ方は，$6! \div 2! =$ **360** 通りです．

3. 前半：　O，O，A，A，I，K，S，H，D の 9 個の順列です．前問と同様に考えます．この 9 文字の並べ方は，まず 9 か所のうちのどの 2 か所に O を配置するかを決め，次に残り 7 か所のうちのどの 2 か所に A を配置するかを決め，さらに残った 5 か所に I，K，S，H，D を並べればよいと考えて，

${}_9C_2 \times {}_7C_2 \times 5! = 36 \times 21 \times 120 =$ **90720** 通り …………①

後半：　K，S，H，D がこの順に並ぶ並べ方は，まず 9 か所のうち 4 か所を選んで K，S，H，D を配置し（4 か所を決めれば K，S，H，D の位置は 1 通りに決まる），次に残り 5 か所のうち O を配置する 2 か所を決め，そしてそれ以外の 3 か所のうち A を配置する 2 か所を決めればよい（A の位置が決まれば I の位置も決まる），と考えて，${}_9C_4 \times {}_5C_2 \times {}_3C_2 = 126 \times 10 \times 3 =$ **3780** 通り

＊　　＊

K，S，H，D の**対等性**に着目することもできます．全部の順列を K，S，H，D の並び順で分類するとき，K，S，H，D の並び順は 4! 通りあるので，4! 通りの分類になりますが，どの分類についても対等性により，それに入る順列の個数は同数ずつです．

よって，K，S，H，D がこの順に並ぶ順列の個数は，

①$\div 4! = {}_9C_2 \times {}_7C_2 \times 5 = 36 \times 21 \times 5 =$ **3780**

4. まずどの 4 文字を使うかを決めて，それを並び替えると考えましょう．使う 4 文字に a が 2 つとも含まれるかどうかで場合分けが必要です（a が含まれないときと，a が 1 つだけ含まれるときは一緒に扱えます）．

1°　a が 2 つとも含まれるとき：残りの 2 つの文字（p，q とする）の選び方が ${}_4C_2$ 通りで，a，a，p，q の順列は，2 番と同様に考えて，${}_4C_2 \times 2!$ 通りあるから，

${}_4C_2 \times ({}_4C_2 \times 2!) = 6 \times 12 = 72$ 通り

2°　1°以外のとき：a，b，c，d，e の中から 4 つを選んで並べればよく，$5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ 通り

1°，2°により，答えは，$72+120=$ **192** 通り

5. AとBが隣り合うとき，ABとBAの2タイプがあります．ABを含む並べ方とBAを含む並べ方は対等性より同数ですから，ABを含む並べ方を数えましょう．

これはABをひとつのかたまり$\boxed{\text{AB}}$（A，C，Dとは異なる文字と考える）と見て，6文字A，A，C，C，D，$\boxed{\text{AB}}$を1列に並べる方法に等しく，3番の前半と同様にして，${}_6C_2\times{}_4C_2\times2!=15\times6\times2=180$通り

ここで，「よって答えは$180\times2=360$通り」とするのは誤りです．なぜなら，この360通りは，ABAを含む並べ方が2回数えられている（ダブルカウントしている）からです．よってその並べ方を引けばよく，$\boxed{\text{ABA}}$をひとつのかたまりと見て，C，C，A，D，$\boxed{\text{ABA}}$の並べ方を数えて，${}_5C_2\times3!=60$通りです．

したがって答えは，$360-60=$**300**通り

6. “**対等性**”に着目しましょう．次が成立します．

一の位の数の平均＝十の位の数の平均＝…

（どの位の数の平均も，一の位の数の平均…① と同じ）

①をmとすれば，求める答えは$m\times111111111$です．

さて①を求めましょう．対等性により，一の位に現れる1〜9の個数はすべて等しいですから，①は1〜9の平均に等しく5です．よって答えは，**555555555**

7. $x+y+z=8$を満たす正の整数解(x, y, z)の個数…①は，次のように場合の数の問題に言い換えれば，いっぺんに数えられます．①は，例えば8個のりんごをX君，Y君，Z君に配分（3人とも1個はもらう）する場合の数と同じです．これは8個のりんごを一列に並べて，7か所のすき間から2か所を選んでしきりを入れて，左からx個，y個，z個と分けることで定まるから，${}_7C_2=$**21**通りです．

8.「負でない整数解(x, y, z)」の場合は，次のようにして，正の整数解(x', y', z')の個数に言い換えることができます．

$x'=x+1$，$y'=y+1$，$z'=z+1$とおくと，

$x+y+z=16$（x〜zは負でない整数）…………①

を満たす1つの組(x, y, z)に対して，

$x'+y'+z'=19$（x'〜z'は正の整数）…………②

を満たす組(x', y', z')が1つできる．

逆に，②を満たす1つの組(x', y', z')に対して，①を満たす組(x, y, z)が1つできる．

したがって，①を満たす組(x, y, z)の個数は，②を満たす組(x', y', z')の個数に等しい．

よって②を満たす(x', y', z')の個数を求めればよく，前問と同様にして，${}_{18}C_2=$**153**個

9. A，B，Cに入れる玉の個数をx，y，zとすると

$x+y+z=10$（x〜zは負でない整数）………①

となります．このように，場合の数を言い換えると，$x_1+x_2+\cdots+x_k=n$を満たす負でない整数解（または正の整数解）の個数に一致するものが少なくないので，これを求める手法（8，7番）は是非身につけましょう．

①を満たす組は，前問と同様にして，${}_{12}C_2=$**66**通り

10. 人間は区別して考えます．

前半： まず両端に女子を並べ，そのあと残った5人を並べる，と考えて，$(4\times3)\times5!=$**1440**通り

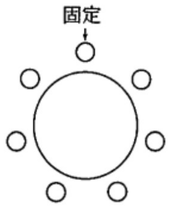
後半： 適切に言い換えると，

明快に数えることができます． ↑女↑女↑女↑女↑

それは，まず女子4人を並べた後，上図の↑の5か所のうち3か所に男子3人を入れればよい，と言い換えて，

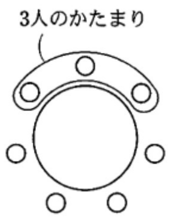
$4!\times(5\times4\times3)=24\times60=$**1440**通り

11．（ア）　円順列では，回転させると同じになるものは同じ配置の仕方です．よって回転させてある１人を好きな場所に**固定させる**ことができ，このとき残りの６人を並べることで並ぶ方法が決まるので，$6!=$**720** 通り

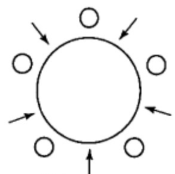


（イ）　ヨーロッパの３人をひとつのかたまりとして固定します．この３人の並び方は $3!$ 通りで，残りの４人の並び方は $4!$ 通りですから，答えは

$3!\times4!=6\times24=$**144** 通り



（ウ）　10 番の後半と同様にできます．まず，アジアの２人以外の５人が円卓に座り……①，その後に右図の↑の５か所のうち２か所にアジアの２人が座る，と考えます．①は(ア)と同様にして $4!$ 通りだから，答えは $4!\times(5\times4)=$**480** 通り



⇨**注**　アジアの２人が隣り合う(＝余事象)のは，(イ)と同様にこの２人を固定して考えて，$2!\times5!=240$ 通りだから，答えは $720-240$ とすることもできます．

12．組分け問題では，とりあえず組に名称をつけて数え(組を区別する)，それをもとに組に名称をつけない場合(組を区別しない)を求めるのが分かり易いでしょう．

前半：　5，2，1 冊の３組を，A，B，C 組とする．

８冊をこの３組に分けるには，C に入る１冊を決め，次に B に入る２冊を決めればよい（A は残りの５冊に決まる）から，その方法は，$8\times{}_7C_2=8\times21=$**168** 通り

後半：　４冊の組を P 組とし，２冊ずつの組を Q，R 組とする．８冊をこの３組に分けるには，前半と同様に，Q に入る２冊を決め，次に R に入る２冊を決めればよいから，その方法は，${}_8C_2\times{}_6C_2=28\times15=420$ 通り

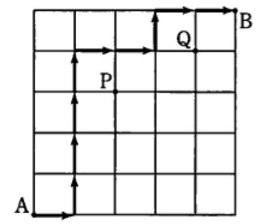
ここで，P，Q，R 組という名称をはずすと，４冊の組は P 組であったことは分かるが，２つの２冊の組は，どちらが Q 組でどちらが R 組であったかは分からなくなるから，組を区別しないと $420\div2=$**210** 通り

13．右図の太線の径路は，

→↑↑↑↑→→↑→→

と表されます．このように，A から B への最短径路は，５個の→と５個の↑の順列として表現できるので，何番目に→（５個ある）を並べるかと考えて，全部で ${}_{10}C_5=$**252** 通りと数えることができます．このうち，P と Q の両方を通る径路は，A→P→Q→B と進むときで，A→P は ${}_5C_2$ 通り，P→Q は ${}_3C_2$ 通り

Q→B は ${}_2C_1$ 通り



ですから，この場合は，${}_5C_2\times{}_3C_2\times{}_2C_1=$**60** 通りです．

さて，P を通る径路の本数を $n(\mathrm{P})$ などと表すと，P または Q を通る本数 $n(\mathrm{P}\cup\mathrm{Q})$ は，

$n(\mathrm{P}\cup\mathrm{Q})=n(\mathrm{P})+n(\mathrm{Q})-n(\mathrm{P}\cap\mathrm{Q})$ …………①

として求められます．

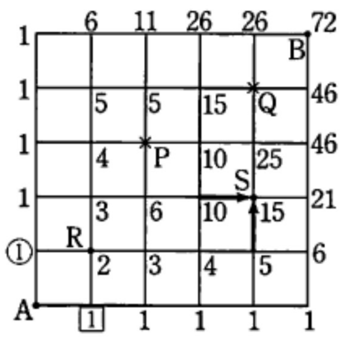
P を通る（A→P→B）のは，${}_5C_2\times{}_5C_3=100$ 通り

Q を通る（A→Q→B）のは，${}_8C_4\times{}_2C_1=140$ 通り

ですから，①$=100+140-60=$**180** 通り　です．

次に，「P と Q のどちらも通らない」 ……………㋐

の余事象は，「P または Q を通る」ですから，㋐の道順は，$252-180=$**72** 通りです．



【1】

整数 1，2，3，……，10 から 3 個の異なる数を選んで作る組合せのうち，積が 4 の倍数になる組合せは何通りあるか答えなさい。

【2】

$a+b+c=31$ をみたす正の整数 a, b, c を考える。

(1) a と b が偶数で c が奇数である (a, b, c) の組は何通りあるか。

(2) (1)の組の中で $a<c<b$ となる (a, b, c) の組は何通りあるか。

【3】

1 年生 2 人，2 年生 2 人，3 年生 2 人の 6 人の生徒が円状に並ぶとき，同学年どうしが隣り合わないように並ぶ方法は何通りあるか。

【4】

大中小 3 つの箱と，赤白黄のボールがそれぞれ 2 個ずつ合計 6 個ある。

(1)　3 個の箱に 2 個ずつボールを入れる場合の数を求めよ。

(2)　大の箱に 3 個，中の箱に 2 個，小の箱に 1 個入れる場合の数を求めよ。

【5】

赤球 2 個，白球 1 個，青球 4 個ある。

(1) これらの球を一列に並べる方法は何通りあるか。

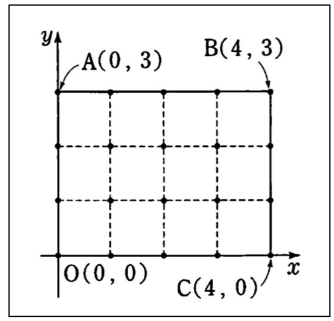
(2) これらの球を机の上で円形に並べる方法は何通りあるか。

(3) これらの球を糸で結んで，腕輪を作るとき球の並べ方は何通りあるか。

【6】

$(1+x+x^2)^8$ を展開したときの x の係数，x^2 の係数，x^4 の係数をそれぞれ求めよ。

【7】



図に示すように座標上に O，A，B，C の 4 個の点で作られる四角形 OABC がある。この四角形の各辺上も含む内部に x 座標，y 座標ともに整数である 20 個の点がある。これら 20 個の点から異なる 3 個の点を選ぶとき，

(1) 傾き 0 の直線上に並ぶものは何通りあるか。
(2) 傾き ±1 の直線上に並ぶものは何通りあるか。
(3) 同一直線上にない 3 点を頂点とする三角形は, 全部で何個あるか。

【8】

一辺の長さが 1 の正 12 角形の頂点から 3 つの頂点を選び三角形を作る。

(1) 少なくとも 1 つの辺の長さが 1 である三角形のうち, 互いに合同でないものは全部で何種類あるか。
(2) 互いに合同でない三角形は全部で何種類あるか。

【9】

平面上に 20 個の点がある。

(1) どの 3 点も一直線上に並ばないとき，これらの 20 個の点の少なくとも 2 点を通る直線は何本あるか。
(2) ある 3 つの点だけが一直線上に並ぶとき，これらの 20 個の点の少なくとも 2 点を通る直線は何本あるか。
(3) 20 個の点の少なくとも 2 点が通る直線が 183 本あるとき，これらの点の少なくとも 3 点を通る直線は何本あるか。

【1】

解　1，2，…，10から3個の異なる整数を選ぶ組合せは，全部で ${}_{10}C_3=120$ 通り．

3つの整数の積を P とおくと，P が4の倍数でないのは，（ア）$P=$奇数（イ）$P=2\times$奇数　のいずれか．

（ア）は，1，3，5，7，9から異なる3つを選ぶときで，${}_5C_3=10$ 通り．

（イ）は，2，6，10から1つ，1，3，5，7，9から異なる2つを選ぶときで，$3\times{}_5C_2=30$ 通り．

P が4の倍数になるのは，（ア）（イ）以外の場合だから，$120-(10+30)=$ **80通り**．

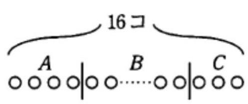
【2】

解　a，b 偶数，c 奇数のとき，A，B，C を正の整数として，$a=2A$，$b=2B$，$c=2C-1$ とおける．また，(A, B, C) の組の数が (a, b, c) の組の数に一致する．

$a+b+c=31$ より，$2A+2B+2C-1=31$

$\therefore\ A+B+C=16$ ……………………………………①

①をみたす正の整数 A，B，C は，図の16個の○の間にある15ヶ所のすき間から2ヶ所選んでしきりとし，区切られた○の個数を左から順に A，B，C にすれば，しきりの入れ方は ${}_{15}C_2=$ **105** 通り．



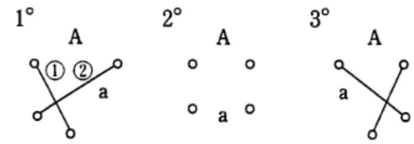
次に，$a<c<b$ のとき，$2A<2C-1<2B$

よって，$A<C-\dfrac{1}{2}<B$ となるが，A，B，C は整数だから，$A<C\leqq B$ ……………………………………②

①，②をみたす正の整数 A，C，B は，(1，2，13)，(1，3，12)，(1，4，11)，(1，5，10)，(1，6，9)，(1，7，8)，(2，3，11)，(2，4，10)，(2，5，9)，(2，6，8)，(2，7，7)，(3，4，9)，(3，5，8)，(3，6，7)，(4，5，7)，(4，6，6) の **16組**．

【3】

解　1年生をA，a，2年生をB，b，3年生をC，c とし，A，a の位置関係で場合分けすると，次の1°，2°，3°の場合がある．



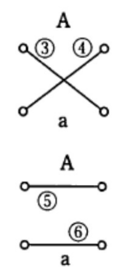
1°のとき，2，3年生どうしが隣り合わないのは，

（ア）①にBとb，②にCとc　もしくは，

（イ）①にCとc，②にBとb

（ア）のとき，①のB，b，②のC，cの並び方が2通りずつだから，2^2 通り．（イ）のときも同様なので，1°のときは $2^2\times2=8$ 通り．

2°のとき，Bとbが上図の③か④，もしくは，下図の⑤か⑥（残った場所にCとc）に並べばよく，どちらも1°と同様に8通りずつある．



3°のとき，1°と同様に8通り．

以上より，全部で $8\times4=$ **32** 通り．

【4】

解　（1）　赤赤白白黄黄を2個ずつに分けるのは，

1°　赤赤，白白，黄黄　　2°　赤白，赤白，黄黄

3°　赤黄，赤黄，白白　　4°　赤赤，白黄，白黄

5°　赤白，赤黄，黄白

の5パターンで，これらを大中小に振り分けるのは，1°は $3!=6$ 通り，2°〜4°は3通りずつ，5°は $3!=6$ 通りだから，全部で $6+3\times3+6=$ **21通り**．

（2）　小の箱に赤を入れる場合を求め，3倍したものが求める場合の数である．

小の箱に赤を入れるときは，中の箱に何が入るかを決めると全部決まることに注意すると，右の5通りある．

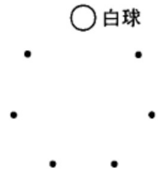
小	中	大
赤	赤白	白黄黄
	赤黄	白白黄
	白白	赤黄黄
	白黄	赤白黄
	黄黄	赤白白

全部で $5\times3=$ **15通り**．

【5】

解　（1）　7個の球を1列に並べるとき，どの2個を赤球にするかで ${}_7C_2$ 通り，残りの5個のどの1個を白球にするかで5通りあるから，並べ方は ${}_7C_2\times5=\mathbf{105}$ 通り

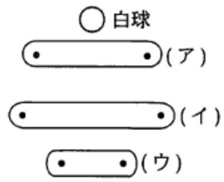
（2）　図のように白球を固定すると，残りの6個のうちどの2個を赤球にするかを決めると円形に並べる並べ方が決まる．よって，全部で ${}_6C_2=\mathbf{15}$ 通り．



（3）　（2）と同じく，図のように白球を固定する．

すると，赤球が2個とも図の(ア)にあるようなうで輪の並べ方のとき，(2)の並べ方が1つ対応する．

(イ)(ウ)にあるときも同様．



上記以外の場合は，机に置かれたうで輪を裏返せば，うで輪の並べ方1つから(2)の異なる並べ方が2個得られる．よって，(ア)〜(ウ)以外の(2)の並べ方
$15-3=12$ 通りに対し，対応する(3)の並べ方は
$12\div2=6$ 通り．

これより，求める並べ方は $3+6=\mathbf{9}$ 通り．

【6】

解　$(1+x+x^2)^8$ を展開するとき，8個の（ ）から，x を p 個，x^2 を q 個選ぶ（1を $8-p-q$ 個選ぶ）と x^{p+2q} という項が得られる．

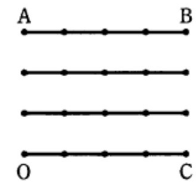
・x が得られるのは，$p+2q=1$，つまり，
$(p,\ q)=(1,\ 0)$ のとき．したがって，$\boldsymbol{x}$ **の係数は，**
${}_8C_1=\mathbf{8}$

・x^2 が得られるのは，$p+2q=2$，つまり，
$(p,\ q)=(2,\ 0)$，$(0,\ 1)$ のとき．したがって，$\boldsymbol{x^2}$ **の係数は，** ${}_8C_2+{}_8C_1=\mathbf{36}$

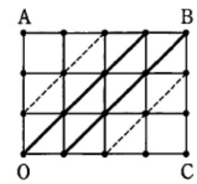
・x^4 が得られるのは，$p+2q=4$，つまり，
$(p,\ q)=(4,\ 0)$，$(2,\ 1)$，$(0,\ 2)$ のとき．ここで，$(p,\ q)=(2,\ 1)$ のときは，8個の（ ）から x を2個選び，残った6個の（ ）から x^2 を1個選ぶことに注意すると，$\boldsymbol{x^4}$ **の係数は，** ${}_8C_4+{}_8C_2\times{}_6C_1+{}_8C_2=\mathbf{266}$

【7】

解　20個の点から異なる3個選ぶのは，全部で
${}_{20}C_3=1140$ 通り　…………①



3点が傾き0の直線上に並ぶのは，図の太線のどれか1本の上に3点がすべてあるとき．どの太線上にあるかで4通り，太線上の5点のうちのどの3点にあるかで ${}_5C_3=10$ 通りだから，3点が傾き0の直線上に並ぶものは，$4\times10=\mathbf{40}$ 通り ……………②

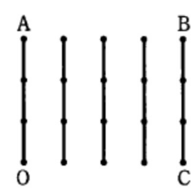


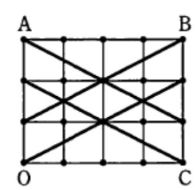
次に，傾き $+1$，-1 の直線上に並ぶものは同数あるから傾き1の方が何通りあるか求めると，3点すべてが図の点線のどちらか一方の上，もしくは図の太線のどちらか一方の上にあればよく，太線上のときは，4点のうちどの3点にあるかで4通り．よって，$1\times2+4\times2=10$ 通り．

ゆえに，3点が傾き ±1 の直線上に並ぶものは，
$10\times2=\mathbf{20}$ 通り ……………………………………………③

また，3点が同一直線上にあるのは，②，③以外に
・y 軸に平行な直線上に並ぶとき ……………………④
・傾き $\pm\dfrac{1}{2}$ の直線上に並ぶとき ……………………⑤

④になるのは，$x=0$，1，…，4のどの直線上にあるかで5通り，4点あるうちのどの3点を選ぶかで4通りだから，$5\times4=20$ 通り．



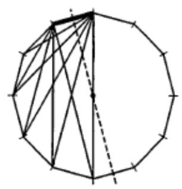


⑤になるのは，右上図の4通り．

①〜⑤より，同一直線上にない3点を頂点とする3角形は，全部で $1140-(40+20+20+4)=\mathbf{1056}$ 個．

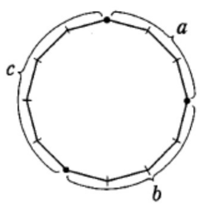
【8】

解　（1）　12角形の1辺の長さが1であることに注意すると，図の太線が3角形の1辺であるとしてよく，点線の直線に関する対称性を考えると，互いに合同でない3角形は図の**5種類**…………①



（2）　図のように3頂点がa，b，c（$2 \leqq a \leqq b \leqq c$）ずつ離れているとすると，$a$の場所は固定してよく

$$a+b+c=12$$



で，こうなる（a，b，c）は

（2，2，8），（2，3，7），（2，4，6），（2，5，5），
（3，3，6），（3，4，5），（4，4，4）の7組………②

bとcの位置が逆のものも②からできる3角形を裏返せばできるので，互いに合同でない3角形は全部で
①＋②＝**12種類**.

【9】

解　（1）　どの3点も1直線上にないので，「少なくとも2点を通る直線」は「ちょうど2点を通る直線」である．さて，20個の点から2点選ぶと，2点を通る直線が決まり，逆に直線を決めると通る2点が決まる．

よって，求める本数は${}_{20}C_2 = $**190本**………………①

（2）　（1）の数え方では，3点を通る直線lを2点の組み合わせの${}_3C_2=3$回分数えているので，$3-1=2$回分多く数えていることになる．

したがって，全部で$190-2=$**188本**.

（3）　（2）と同様に，（1）の数え方では，ちょうどk点（$k \geqq 3$）通る直線を1本あたり${}_kC_2$回数えているので，1本につき${}_kC_2-1$……②　回分多く数えていることになる．

$k=3$のとき（2）より②$=2$，$k=4$のとき②$=5$，
$k \geqq 5$のとき②$\geqq 9$　……………………………………③

少なくとも2点を通る直線が183本あるということは，（1）の数え方では$190-183=7$回分多く数えている．

よって，③より，ちょうど3点通る直線がa本，ちょうど4点通る直線がb本（5点以上通る直線はなし）あるとすると，$2a+5b=7$　∴　$a=1$，$b=1$

したがって，少なくとも3点を通る直線は**2本**ある．