

## 第2章 集合・論理（数Ⅰ，Ⅰ講分）

### A問題

#### 2-A-1 F25A

$a, b$  は実数,  $n$  は自然数とする. 次の命題の真偽を調べよ.

- (1)  $a = 5$  ならば  $a^2 = 25$  である.
- (2)  $n$  が 2 の倍数ならば,  $n$  は 4 の倍数である.
- (3)  $a^2 > b^2$  ならば  $a > b$  である.
- (4)  $ab$  が有理数ならば,  $a, b$  はともに有理数である.

#### 2-A-2 F26A

全体集合  $U = \{n \mid 1 \leq n \leq 10, n \text{ は自然数}\}$  の部分集合  $A, B$  について,

$$\overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 2, 5, 8\}, \quad A \cap B = \{3\}, \quad \overline{A} \cap B = \{4, 7, 10\}$$

がわかっている. このとき,  $A, B, A \cap \overline{B}$  を求めよ.

#### 2-A-3 F27A

赤球が 7 個, 白球が 5 個, 青球が 3 個入っている袋がある. この袋から最低何個を取り出せば, いずれかの色の球が 3 個以上その中に含まれるようにできるか.

**B問題****2-B-1** F28B

次の命題の逆, 裏, 対偶を述べ, その真偽を調べよ.

$$\text{「}x + y = 5 \text{ならば} x = 2 \text{かつ} y = 3 \text{」}$$

**2-B-2** F29B

次の  に適するものを, 下の (a), (b), (c), (d) から選べ.

- (a) 必要十分条件である.
- (b) 必要条件であるが十分条件でない.
- (c) 十分条件であるが必要条件でない.
- (d) 必要条件でも十分条件でもない.

- (1)  $n$  は自然数とする.  $n^2$  を 3 で割ると余りが 1 であることは  $n$  を 3 で割ると余りが 1 であるための
- (2)  $x, y$  は実数とする.  $x = y = 0$  は  $x + y = 0$  かつ  $xy = 0$  であるための
- (3)  $x, y$  は実数とする.  $x + y > 0$  は  $xy > 0$  であるための
- (4)  $a, b$  は実数とする.  $b < 0$  であることは, 2次方程式  $x^2 + ax + b = 0$  が実数解をもつための
- (5) 四角形の対角線の長さが等しいことは四角形が長方形であるための

**2-B-3** F30B

- (1)  $n$  を自然数とするとき,  $n^2$  が 7 の倍数ならば,  $n$  は 7 の倍数であることを証明せよ.
- (2)  $\sqrt{7}$  は無理数であることを証明せよ.
- (3) 等式  $(2 + 3\sqrt{7})x + (1 - 5\sqrt{7})y = 13$  を満たす有理数  $x, y$  の値を求めよ.

**C問題****2-C-1** F31C

1 から 1000 までの整数全体の集合を全体集合  $U$  とし, その部分集合  $A, B, C$  を

$$A = \{n \mid n \text{ は奇数}, n \in U\}$$

$$B = \{n \mid n \text{ は } 3 \text{ の倍数でない}, n \in U\}$$

$$C = \{n \mid n \text{ は } 18 \text{ の倍数でない}, n \in U\}$$

とする. このとき,  $A \cup B \subset C$  であることを示せ.

**1-C-2** F8C 国立組のみ

次の(1), (2)が成り立つことをそれぞれ証明せよ。

- (1) 異なる  $n+1$  個の整数のうち, 適当な 2 個を選べば, その差が  $n$  の倍数になることを証明せよ。
- (2) 座標平面で, その座標がすべて整数であるような点を格子点という。座標平面上に 5 個の格子点が与えられたとき, そのうちの 2 点を結ぶ線分で中点がまた格子点となるものが少なくとも 1 つ存在することを証明せよ。

**1-C-3** (2)は, 2004 年慶應大学・総合政策学部

- (1) 命題:「 $x^2 \leq -1$  ならば  $x \leq -1$  である」の真偽を判定せよ。
- (2) 天使はつねに真実を述べ, 悪魔はつねに嘘をつく。A, B は悪魔か天使であることはわかっているが, どちらかはっきりしない。A がこういった。「わたしが天使ならば, B も天使です。」この二人の正体は□である。□に当てはまるものを次の選択肢から選んで答えよ。

- 【選択肢】 1) A, B ともに天使                      2) A は天使, B は悪魔  
3) A は悪魔, B は天使                              4) A,B ともに悪魔

**演習問題****2-E-1**

全体集合を  $U = \{n \mid 1 \leq n \leq 6, n \text{ は自然数}\}$  とし,  $U$  の部分集合  $A, B$  を

$$A = \{a, a - 3\}, \quad B = \{2, a + 2, 9 - 2a\}$$

として,  $A \cap B \neq \phi$ ,  $2 \notin A$  のとき,  $a$  の値を定め,  $\bar{A}$  を求めよ.

**2-E-2**

次の  に適するものを, 下の (a), (b), (c), (d) から選べ. ただし,  $a, b, c$  はいずれも実数とする.

- (a) 必要十分条件である.
- (b) 必要条件であるが十分条件でない.
- (c) 十分条件であるが必要条件でない.
- (d) 必要条件でも十分条件でもない.

- (1)  $a^2 > 0$  であることは  $a > 0$  であるための
- (2)  $a = b$  であることは  $ac = bc$  であるための
- (3)  $ab = 0$  であることは  $|a - b| = |a + b|$  であるための