第１２章　図形と式２（数Ⅱ，２講分）

A問題

12-A-1　F201A

xy 平面上の 2 点 A(2, 0)，B(1, 1) に対して，等式 $\mathrm{AP}^2+\mathrm{BP}^2=6$ を満たす点 P の軌跡を求めよ．

12-A-2　F202A

xy 平面上に，2 点 A(2, 2)，B(7, -3) がある．

(1)　2 点 A，B から等距離にある点 P の軌跡を求めよ．

(2)　2 点 A，B からの距離の比が 3 : 2 である点 Q の軌跡を求めよ．

12-A-3　F203A

xy 平面において，放物線 C : $y=x^2+ax+a$ が x 軸と共有点をもつように a が動くとき，C の頂点 P の軌跡を求めよ．

12-A-4　F209A

次の不等式を表す領域を xy 平面に図示せよ．

(1)　$x^2+y^2-2x \leqq 0$

(2)　$\begin{cases} y \geqq x^2 \\ x-y+2>0 \end{cases}$

(3)　$|x|+|y| \leqq 2$

12-A-5　F210A

方程式 $x^2+xy-6y^2-x+7y+k=0$ が xy 平面において 2 直線を表すとする．ただし，k は実数の定数とする．

(1)　k の値を求めよ．

(2)　不等式 $x^2+xy-6y^2-x+7y+k \leqq 0$ の表す領域を図示せよ．

12-A-6　F211A

3 直線 $4x-3y=0$，$3x-4y+7=0$，$5x+12y-7=0$ で作られる三角形の内接円の方程式を求めよ．

B問題

12-B-1 F204B

xy 平面上に，円 C : $x^2+y^2=9$ と 2 点 A$(1,\ 5)$，B$(-4,\ 1)$ がある．点 P が C 上を動くとき，三角形 ABP の重心 G の軌跡を求めよ．

12-B-2 F205B

k は実数の定数とする．xy 平面において，放物線 $y=x^2$ と直線 $y=k(x-1)$ は異なる 2 点 P，Q で交わっている．

k の値が変化するとき，線分 PQ の中点 M の軌跡を求めよ．

12-B-3 F206B

実数 m が変化するとき，2 直線 $mx-y+5m=0$，$x+my-5=0$ の交点 P の軌跡を求めよ．

12-B-4 F212B

連立不等式 $x^2+y^2-8x-6y+24 \leqq 0$，$2x+y \geqq 12$ で表される領域を D とする．

(1) D を図示せよ．

(2) 点 $(x,\ y)$ が D 内を動くとき，次の式の最大値，最小値を求めよ．

(i) $3x+y$

(ii) x^2+y^2

12-B-5 F213B

直線 $y=ax+b$ が，2 点 $(-3,\ 2)$，$(2,\ -3)$ を結ぶ線分と共有点をもつとき，点 $(a,\ b)$ の存在範囲を ab 平面に図示せよ．

$\boxed{\textbf{12-B-6}}$ F214B

実数 x，y に対して，2つの条件

$$P : |x| + |2y| \leqq 2,$$

$$Q : x^2 + y^2 \leqq r^2$$

がある．ただし，r は正の実数とする．

(1) P が Q であるための必要条件となるような r の値の範囲を求めよ．

(2) P が Q であるための十分条件となるような r の値の範囲を求めよ．

$\boxed{\textbf{12-B-7}}$ F215C改

t がすべての実数をとって変化するとき，xy 平面上の直線 $y = 2tx - t^2$ が通り得る領域を図示せよ。

C 問題

12-C-1 F207C

円 $x^2+(y-3)^2=1$ に外接し，直線 $y=-2$ に接するような円の中心 P の軌跡を求めよ．

12-C-2 F8C

原点 O(0，0) を中心とする半径 1 の円に，円外の点 P から 2 本の接線を引く．このとき，2 つの接点を結ぶ線分の中点を Q とする．

(1) $\mathrm{OP}\cdot\mathrm{OQ}=1$ が成り立つことを示せ．

(2) P が直線 $x+y=2$ 上を動くとき，Q の軌跡を求めよ．

12-C-3 F ﾁｬﾚ 26

点 (5，0) を通り，傾きが a の直線が円 $x^2+y^2=9$ と異なる 2 点 P，Q で交わるとき，線分 PQ の中点を M とする．a を動かすとき，M の軌跡を求めよ．

$\boxed{\textbf{12-C-4}}$　F215C 改

t が $0 \leqq t \leqq 1$ を満たしながら変化するとき，xy 平面上の直線 $y=2tx-t^2$ が通り得る領域を図示せよ。

$\boxed{\textbf{12-C-5}}$　F24C

実数 x，y が $x^2+y^2 \leqq 1$ を満たしながら動くときの点 $(x+y,\ xy)$ の動く領域を求めよ．

演習問題

12-E-1

k は定数とする．方程式

$$x^2+y^2+2(k+1)x-2(k-1)y+4k^2=0 \qquad \cdots (*)$$

がある．

(1) $(*)$ が xy 平面において円を表すような k の値の範囲を求めよ．

(2) k が (1) で求めた範囲を動くとき，円の中心 P の軌跡を求めよ．

12-E-2

点 A$(2,\ -2)$ と放物線 $y=x^2$ 上の点 Q を結ぶ線分 AQ を $1:2$ に内分する点 P の軌跡を求めよ．

12-E-3

実数 x，y，z は $x \leqq y \leqq z \leqq 1$ かつ $4x+3y+2z=1$ を満たすとする．

(1) x の最大値と y の最小値を求めよ．

(2) $3x-y+z$ の値の範囲を求めよ．

12-E-4

xy 平面上に 2 点 A$(1,\ 2)$，B$(2,\ 1)$ があり，直線 l : $ax+by=1$ が線分 AB(端点を含む) と共有点をもつように動く．

(1) 点 $(a,\ b)$ の存在範囲を求め，ab 平面上に図示せよ．

(2) 原点と l との距離の最大値を求めよ．

12-E-5

xy 平面上の 2 点を A$(1,\ 0)$，B$(2,\ 0)$ とし，直線 l を $y=mx$ とする．ただし，$m \neq 0$ とする．

(1) $\mathrm{AP}+\mathrm{BP}$ が最小になる l 上の点 P の座標を m を用いて表せ．

(2) m が変化するとき，P の描く図形を求めよ．