

# 第 11 章 図形と式 I (数 II, 2 講分)

## A 問題

### 11-A-1 F185A

2 点  $A(-1, 3)$ ,  $B(2, -6)$  がある.

- (1) 線分  $AB$  の長さを求めよ.
- (2) 線分  $AB$  を  $2:1$  に内分する点  $C$  の座標を求めよ.
- (3) 線分  $AB$  を  $2:1$  に外分する点  $D$  の座標を求めよ.

### 11-A-2 F186A

直線  $3x - y + 2 = 0$  に関して点  $A(-4, 0)$  と対称な点  $B$  の座標を求めよ.

### 11-A-3 F187A

$xy$  平面における 2 直線  $l: (a+1)x + (a+2)y - 4 = 0$ ,  $m: 6x + (2a-3)y - 5 = 0$  が次の条件を満たすとき、定数  $a$  の値をそれぞれ求めよ.

- (1)  $l$  と  $m$  は平行である.
- (2)  $l$  と  $m$  が垂直である.

### 11-A-4 F193A

次の円の方程式を求めよ.

- (1) 2 点  $(-1, -1)$ ,  $(5, 7)$  を直径の両端とする円.
- (2) 中心の座標が  $(-3, -4)$  で、 $x$  軸に接する円.
- (3) 3 点  $(-4, 6)$ ,  $(2, 6)$ ,  $(-5, -1)$  を通る円.

### 11-A-5 F194A

- (1) 円  $x^2 + y^2 = 8$  が直線  $x - y + 2 = 0$  から切り取る線分の長さを求めよ.
- (2) 放物線  $y = x^2$  が直線  $y = 2x + 1$  から切り取る線分の長さを求めよ.

### 11-A-6 F195A

円  $x^2 + y^2 = 5$  上の点  $(1, -2)$  における接線の方程式を求めよ.

**B問題****11-B-1** F188B

$k$  を定数とするとき、直線  $(3k+1)x + (4k-3)y + 6k+2 = 0$  は定点を通ることを示し、その定点の座標を求めよ。

**11-B-2** F189B

$xy$  平面上において、放物線  $C : y = x^2$  と直線  $y = 2x + 3$  の交点を A, B とする。

ただし、A の  $x$  座標は B の  $x$  座標より小さいものとする。

- (1) A, B の  $x$  座標をそれぞれ求めよ。
- (2) P が  $C$  上を A から B まで動くとき、三角形 PAB の面積の最大値を求めよ。

**11-B-3** F190B

$xy$  平面上において、点  $(1, -1)$  と直線  $(3+2k)x + (4-k)y + 5-3k = 0$  との距離の最大値を求めよ。

**11-B-4** F196B

$xy$  平面上に、円  $C : x^2 + y^2 - 6x + 4y + 3 = 0$  と直線  $l : y = 3x + k$  がある。ただし、 $k$  は実数の定数とする。

- (1)  $l$  が  $C$  と共有点をもつような  $k$  の値の範囲を求めよ。
- (2)  $C$  が  $l$  から切り取る線分の長さが  $2\sqrt{5}$  であるような  $k$  の値を求めよ。

**11-B-5** F197B

点  $A(3, 1)$  から円  $C : x^2 + y^2 = 8$  に引いた接線の方程式を求めよ。また、接点を T とするとき、線分 AT の長さを求めよ。

**11-B-6** F198B

$xy$  平面上に、2 円  $C_1 : x^2 + y^2 = 5$ ,  $C_2 : x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$  がある。

- (1)  $C_1$  と  $C_2$  は異なる 2 点で交わることを示せ。
- (2)  $C_1$  と  $C_2$  の 2 つの交点を P, Q とする。
  - (i) 直線 PQ の方程式を求めよ。
  - (ii) 2 点 P, Q を通り、さらに、点  $(1, 1)$  を通る円の方程式を求めよ。

**C問題****11-C-1** F191C

$xy$  平面上に 2 点  $A(-1, 3)$ ,  $B(5, 15)$  がある. 点  $P$  が直線  $y = 2x$  上を動くとき,  $AP + PB$  の最小値と, そのときの点  $P$  の座標を求めよ.

**11-C-2** F192C

放物線  $y = x^2$  上に, 直線  $y = ax + 1$  に関して対称な位置にある異なる 2 点  $P, Q$  が存在するような定数  $a$  の値の範囲を求めよ.

**11-C-3** F199C

$a$  は実数の定数とする.  $xy$  平面上的放物線  $y = x^2$  と円  $x^2 + (y - a)^2 = 16$  との共有点の個数を調べよ.

**11-C-4** F200C

$xy$  平面上に、円  $C : x^2 + y^2 = r^2$  と円  $C$  の外部の点  $A(a, b)$  がある。  $A$  から  $C$  に 2 本の接線を引くとき、2 つの接点を  $P, Q$  とする。ただし、 $r$  は正の定数とする。

- (1) 直線  $PQ$  の方程式を求めよ。
- (2) 点  $R$  が  $C$  の外部の点で直線  $PQ$  上にあるとき、 $R$  から  $C$  に引いた 2 本の接線の接点を  $S, T$  とすると、直線  $ST$  は  $A$  を通ることを示せ。

**11-C-5** Fチャレ 25

円  $x^2 + (y - 2)^2 = 1$  を  $C$  とし、放物線  $y = x^2$  上に相異なる 3 点  $A(2, 4), P(p, p^2), Q(q, q^2)$  ( $p < q$ ) をとる。直線  $AP, AQ$  がともに円  $C$  に接するとき、次の間に答えよ。

- (1)  $p, q$  を求めよ。
- (2) 直線  $PQ$  が円  $C$  に接することを示せ。

**演習問題****11-E-1**

直線  $y = ax + a$  が 2 点  $(1, -1)$ ,  $(2, 1)$  を両端とする線分と共有点をもつような定数  $a$  の値の範囲を求めよ.

**11-E-2**

3 直線  $x - 2y + 9 = 0$ ,  $3x + y - 1 = 0$ ,  $ax - y + 5 = 0$  が三角形を作らないような定数  $a$  の値をすべて求めよ.

**11-E-3**

座標平面上に一辺の長さが 6 の正三角形 ABC がある. ただし, 三角形 ABC の重心は原点の位置にあり, 辺 BC は  $x$  軸に平行である. また, 頂点 A は  $y$  軸上にあつて  $y$  座標は正であり, 頂点 C の  $x$  座標は正である. 直線  $y = x$  に関して 3 点 A, B, C と対称な点を, それぞれ  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  とする.

- (1)  $C'$  の座標を求めよ.
- (2) 三角形 ABC と三角形  $A'B'C'$  が重なる部分の面積を求めよ.

**11-E-4**

次の円の方程式を求めよ。

点 $(1, -2)$ を通り、 $x$ 軸および $y$ 軸に接する円

**11-E-5**

直線 $y = -3x - 4$ から円 $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 26 = 0$ が切り取る線分の垂直二等分線の方程式を求めよ。

**11-E-6**

$xy$ 平面上の原点を $O$ とし、半円 $x^2 + y^2 = 9, y \geq 0$ を $C$ とする。半円 $C$ の周上に2点 $P, Q$ をとり、弦 $PQ$ を軸として、弧 $PQ$ を折り返し、点 $R(\sqrt{3}, 0)$ で $x$ 軸に接するようになる。

- (1) 折り返した円弧を円周の一部にもつ円の方程式を求めよ。
- (2) 3点 $P, O, Q$ を通る円の中心の座標および半径を求めよ。