

第 11 章 図形と式 I (数 II, 2 講分)

A 問題

11-A-1 F185A

2 点 $A(-1, 3)$, $B(2, -6)$ がある.

- (1) 線分 AB の長さを求めよ.
- (2) 線分 AB を $2:1$ に内分する点 C の座標を求めよ.
- (3) 線分 AB を $2:1$ に外分する点 D の座標を求めよ.

11-A-2 F186A

直線 $3x - y + 2 = 0$ に関して点 $A(-4, 0)$ と対称な点 B の座標を求めよ.

11-A-3 F187A

xy 平面における 2 直線 $l: (a+1)x + (a+2)y - 4 = 0$, $m: 6x + (2a-3)y - 5 = 0$ が次の条件を満たすとき、定数 a の値をそれぞれ求めよ.

- (1) l と m は平行である.
- (2) l と m が垂直である.

11-A-4 F193A

次の円の方程式を求めよ.

- (1) 2 点 $(-1, -1)$, $(5, 7)$ を直径の両端とする円.
- (2) 中心の座標が $(-3, -4)$ で、 x 軸に接する円.
- (3) 3 点 $(-4, 6)$, $(2, 6)$, $(-5, -1)$ を通る円.

11-A-5 F194A

- (1) 円 $x^2 + y^2 = 8$ が直線 $x - y + 2 = 0$ から切り取る線分の長さを求めよ.
- (2) 放物線 $y = x^2$ が直線 $y = 2x + 1$ から切り取る線分の長さを求めよ.

11-A-6 F195A

円 $x^2 + y^2 = 5$ 上の点 $(1, -2)$ における接線の方程式を求めよ.

B問題**11-B-1** F188B

k を定数とすると、直線 $(3k+1)x + (4k-3)y + 6k+2 = 0$ は定点を通ることを示し、その定点の座標を求めよ。

11-B-2 F189B

xy 平面上において、放物線 $C : y = x^2$ と直線 $y = 2x + 3$ の交点を A, B とする。

ただし、A の x 座標は B の x 座標より小さいものとする。

- (1) A, B の x 座標をそれぞれ求めよ。
- (2) P が C 上を A から B まで動くとき、三角形 PAB の面積の最大値を求めよ。

11-B-3 F190B

xy 平面上において、点 $(1, -1)$ と直線 $(3+2k)x + (4-k)y + 5 - 3k = 0$ との距離の最大値を求めよ。

11-B-4 F196B

xy 平面上に、円 $C : x^2 + y^2 - 6x + 4y + 3 = 0$ と直線 $l : y = 3x + k$ がある。ただし、 k は実数の定数とする。

- (1) l が C と共有点をもつような k の値の範囲を求めよ。
- (2) C が l から切り取る線分の長さが $2\sqrt{5}$ であるような k の値を求めよ。

11-B-5 F197B

点 $A(3, 1)$ から円 $C : x^2 + y^2 = 8$ に引いた接線の方程式を求めよ。また、接点を T とするとき、線分 AT の長さを求めよ。

11-B-6 F198B

xy 平面上に、2 円 $C_1 : x^2 + y^2 = 5$, $C_2 : x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ がある。

- (1) C_1 と C_2 は異なる 2 点で交わることを示せ。
- (2) C_1 と C_2 の 2 つの交点を P, Q とする。
 - (i) 直線 PQ の方程式を求めよ。
 - (ii) 2 点 P, Q を通り、さらに、点 $(1, 1)$ を通る円の方程式を求めよ。

C問題**11-C-1** F191C

xy 平面上に 2 点 $A(-1, 3)$, $B(5, 15)$ がある. 点 P が直線 $y = 2x$ 上を動くとき, $AP + PB$ の最小値と, そのときの点 P の座標を求めよ.

11-C-2 F192C

放物線 $y = x^2$ 上に, 直線 $y = ax + 1$ に関して対称な位置にある異なる 2 点 P, Q が存在するような定数 a の値の範囲を求めよ.

11-C-3 F199C

a は実数の定数とする. xy 平面上の放物線 $y = x^2$ と円 $x^2 + (y - a)^2 = 16$ との共有点の個数を調べよ.

11-C-4 F200C

xy 平面上に、円 $C : x^2 + y^2 = r^2$ と円 C の外部の点 $A(a, b)$ がある。 A から C に 2 本の接線を引くとき、2 つの接点を P, Q とする。ただし、 r は正の定数とする。

- (1) 直線 PQ の方程式を求めよ。
- (2) 点 R が C の外部の点で直線 PQ 上にあるとき、 R から C に引いた 2 本の接線の接点を S, T とすると、直線 ST は A を通ることを示せ。

11-C-5 Fチャレ 25

円 $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ を C とし、放物線 $y = x^2$ 上に相異なる 3 点 $A(2, 4), P(p, p^2), Q(q, q^2)$ ($p < q$) をとる。直線 AP, AQ がともに円 C に接するとき、次の間に答えよ。

- (1) p, q を求めよ。
- (2) 直線 PQ が円 C に接することを示せ。

演習問題**11-E-1**

直線 $y = ax + a$ が 2 点 $(1, -1)$, $(2, 1)$ を両端とする線分と共有点をもつような定数 a の値の範囲を求めよ.

11-E-2

3 直線 $x - 2y + 9 = 0$, $3x + y - 1 = 0$, $ax - y + 5 = 0$ が三角形を作らないような定数 a の値をすべて求めよ.

11-E-3

座標平面上に一辺の長さが 6 の正三角形 ABC がある. ただし, 三角形 ABC の重心は原点の位置にあり, 辺 BC は x 軸に平行である. また, 頂点 A は y 軸上にあつて y 座標は正であり, 頂点 C の x 座標は正である. 直線 $y = x$ に関して 3 点 A, B, C と対称な点を, それぞれ A' , B' , C' とする.

- (1) C' の座標を求めよ.
- (2) 三角形 ABC と三角形 $A'B'C'$ が重なる部分の面積を求めよ.

11-E-4

次の円の方程式を求めよ。

点 $(1, -2)$ を通り、 x 軸および y 軸に接する円

11-E-5

直線 $y = -3x - 4$ から円 $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 26 = 0$ が切り取る線分の垂直二等分線の方程式を求めよ。

11-E-6

xy 平面上の原点を O とし、半円 $x^2 + y^2 = 9, y \geq 0$ を C とする。半円 C の周上に2点 P, Q をとり、弦 PQ を軸として、弧 PQ を折り返し、点 $R(\sqrt{3}, 0)$ で x 軸に接するようにする。

- (1) 折り返した円弧を円周の一部にもつ円の方程式を求めよ。
- (2) 3点 P, O, Q を通る円の中心の座標および半径を求めよ。