

# 第 13 章 三角関数 (数 II, 2 講分)

## A 問題

**13-A-1** F217A

$0 \leq \theta < 2\pi$  において, 次の方程式, 不等式を解け.

(1)  $\sin \theta = \frac{1}{2}$

(2)  $\cos \theta < -\frac{\sqrt{2}}{2}$

(3)  $\tan \theta \geq \sqrt{3}$

**13-A-2** F218A

$0 \leq \theta < 2\pi$  において, 次の方程式, 不等式を解け.

(1)  $2 \cos^2 \theta + \sin \theta - 1 = 0$

(2)  $4 \cos^2 \theta \leq 3$

**13-A-3** F219A

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ,  $\frac{3}{2}\pi < \beta < 2\pi$ ,  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ ,  $\cos \beta = \frac{3}{5}$  のとき,  $\sin(\alpha + \beta)$ ,  $\cos(\alpha - \beta)$  の値をそれぞれ求めよ.

**13-A-4** F225A

$0 \leq \theta \leq \pi$  における関数  $y = 2 \sin\left(\theta - \frac{\pi}{12}\right)$  の最大値, 最小値を求めよ.

**13-A-5** F226A

次の式を  $r \sin(\theta + \alpha)$  の形に表せ. ただし,  $r > 0$ ,  $-\pi < \theta < \pi$  とする.

(1)  $\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$

(2)  $\sin \theta - \cos \theta$

(3)  $\sqrt{6} \sin \theta - \sqrt{2} \cos \theta$

**13-A-6** F227A

2 直線  $y = 2x - 1$ ,  $y = -3x$  のなす角を求めよ.

**B問題****13-B-1** F220B

次の方程式，不等式を解け.

$$(1) \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(2) \cos 2\theta + \cos \theta \leq 0 \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$$

$$(3) 2 \sin 2\theta - 2 \sin \theta + 2 \cos \theta > 1 \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$$

**13-B-2** F221B

次の式の値を求めよ.

$$(1) \sin \frac{\pi}{12}$$

$$(2) \cos \frac{\pi}{12} + \cos \frac{7}{12}\pi$$

$$(3) \sin \frac{\pi}{9} \sin \frac{2}{9}\pi \sin \frac{4}{9}\pi$$

**13-B-3** F222B

$\theta = \frac{\pi}{5}$  のとき， $3\theta = \pi - 2\theta$  が成り立つ. これを用いて， $\cos \frac{\pi}{5}$  の値を求めよ.

**13-B-4** F228B

(1)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき， $\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$  の最大値，最小値を求めよ.

(2)  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  のとき， $\sin \theta + \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$  の最大値，最小値を求めよ.

**13-B-5** F229B

$0 \leq x \leq \pi$  のとき，関数  $y = \sin 2x + \sin x + \cos x$  の最大値，最小値を求めよ.

**13-B-6** F231C

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  のとき，関数  $y = 5 \cos^2 x + 6 \sin x \cos x - 3 \sin^2 x$  の最大値，最小値を求めよ.

**13-B-7** F230B

一辺の長さが  $\sqrt{3}$  の正三角形 ABC がある. 三角形 ABC の外接円の A を含まない方の弧 BC 上に点 P をとる. このとき， $\angle PAB = \theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ ) とする.

(1)  $PA + PB + PC$  を  $\theta$  を用いて表せ.

(2)  $PA + PB + PC$  のとり得る値の範囲を求めよ.

**C問題****13-C-1** F223C

直角三角形でない三角形 ABC において、次の等式が成り立つことを示せ.

- (1)  $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$
- (2)  $\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$
- (3)  $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$

**13-C-2** F224C

区間  $0 \leq \theta < 2\pi$  における方程式  $\cos 2\theta + 2 \cos \theta = 2a + 1$  の解の個数を  $a$  の値で分類せよ.

**13-C-3** F232C

$y$  軸上に、2点 A(0, 1), B(0, 3) と、 $x$  軸の正の部分に動点 P( $t$ , 0) ( $t > 0$ ) がある. このとき、 $\angle APB = \theta$  とする.

- (1)  $\tan \theta$  を  $t$  を用いて表せ.
- (2)  $\theta$  の最大値を求めよ.

**13-C-4** チャレ 29 (計算問題、オススメ)

$4s^2 + t^2 = 4$  を満たす実数  $s, t$  について、 $12s^2 + 16st - 3t^2$  の値を最小とする  $s, t$  の値を求めよ.

**13-C-5** チャレ 28

平面上の点  $O$  を中心とし半径 1 の円周上に相異なる 3 点  $A, B, C$  がある. 三角形  $ABC$  の内接円の半径  $r$  は  $\frac{1}{2}$  以下であることを示せ.

**演習問題****13-E-1**

次の方程式，不等式を解け。ただし， $0 \leq \theta < 2\pi$  とする。

$$(1) \quad \cos\left(2\theta - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$(2) \quad \cos 3\theta + \sin 2\theta + \cos \theta > 0$$

**13-E-2** 次の問に答えよ。

$$(1) \quad \sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3} \text{ のとき，} \tan 2\theta \text{ の値を求めよ。}$$

$$(2) \quad \frac{\pi}{2} < \theta < \pi, \cos \theta = -\frac{12}{13} \text{ のとき，} \sin \frac{\theta}{2}, \cos \frac{\theta}{2} \text{ の値をそれぞれ求めよ。}$$

**13-E-3**

$0 \leq x < 2\pi$  のとき，次の方程式，不等式を解け。

$$(1) \quad \sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$$

$$(2) \quad \sqrt{3} \sin x + \cos x < \sqrt{2}$$

**13-E-4**

$0 \leq x \leq 2\pi$  のとき, 不等式

$$2 \sin x \leq |\sqrt{1 + \cos 2x} - \sqrt{1 - \cos 2x}|$$

を満たす  $x$  の範囲を求めよ.

**13-E-5**

$\theta$  に関する方程式  $\sin \theta - k \cos \theta = 2(1 - k)$  が  $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  の範囲に解をもつような定数  $k$  の値の範囲を求めよ.

**13-E-6**

三角形 ABC において,  $\angle A = \frac{\pi}{3}$  であるとする.

- (1)  $\sin B + \sin C$  のとり得る値の範囲を求めよ.
- (2)  $\sin B \sin C$  のとり得る値の範囲を求めよ.