数学　第１回小テスト　　　　名前（　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須，
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

$\boxed{1}$ 次の式を因数分解せよ。

(1)　$2x^2+11x+12$　　　(2)　$6x^2-7xy-3y^2$

$\boxed{2}$ 次の 2 次方程式を解け。

(1)　$x^2+4x+1=0$　　　(2)　$3x^2-9x+5=0$

$\boxed{3}$ 次の 1 次不等式を解け。

$$\frac{x}{5}-\frac{x-5}{4}<2$$

$\boxed{4}$ 次の等式を満たす実数 x，y の値を求めよ。

$$(x+2y)+(x-y)i=-1+2i$$

$\boxed{5}$ $x^2-4x+2=0$ の 2 つの解を α，β とするとき，次の式の値を求めよ。

(1) $\alpha^2+\beta^2$

(2) $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}$

STANDARD問題篇

$\boxed{6}$ $2x^2+5xy-3y^2+x+17y-10$ を因数分解せよ。

$\boxed{7}$ 次の方程式を解け。

(1) $|x-1|=2x$　　(2) $|x|+2|x-2|=5$

$\boxed{8}$ 次の式の 2 重根号をはずせ。

(1) $\sqrt{8-\sqrt{48}}$　　(2) $\sqrt{5+\sqrt{21}}$

$\boxed{9}$ 方程式 $x^3-2x^2+ax+b=0$ が $2+i$ を解にもつとき，実数の定数 a，b の値を求めよ。また，他の解を求めよ。

$\boxed{10}$ 等式 $x^3=x(x+1)(x+2)+ax(x+1)+bx+c$ が x についての恒等式であるとき，定数 a，b，c の値を求めよ。

$\boxed{11}$ 3 次方程式 $x^3+x^2+(m-2)x-m=0$ が 2 重解をもつとき，実数の定数 m の値を求めよ。

$\boxed{12}$ 多項式 $P(x)$ を $x-1$，$x-2$ で割った余りがそれぞれ 5，7 である。$P(x)$ を $(x-1)(x-2)$ で割った余りを求めよ。

$\boxed{\text{実戦問題篇}}$

$\boxed{13}$ 整式 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ を $x(x-1)$ で割ったときの余りを求めよ.

$\boxed{14}$ 実数 x が $x^2-\dfrac{1}{x^2}=6$ を満たしているとき，$2x^5+2x^4-12x^3-11x^2-2x-4$ の値を求めよ。

数学　第２回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　　）

単元＝二次関数

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須,
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

$\boxed{1}$ 次の関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

(1)　$y=x^2-2x-3$ $(-4 \leqq x \leqq 0)$　　(2)　$y=2x^2-4x-6$ $(0 \leqq x \leqq 3)$

$\boxed{2}$ 次の２次不等式を解け。

(1)　$3x^2+5x-2 \geqq 0$　　(2)　$2x^2-x<5$

$\boxed{3}$ 放物線 $y=2x^2+3x$ を平行移動した曲線で，点 $(1,\ 3)$ を通り，その頂点が直線 $y=2x-3$ 上にある放物線の方程式を求めよ。

$\boxed{4}$ そのグラフが，次のような放物線となる 2 次関数を求めよ。
頂点が点 $(-1,\ 3)$ で，点 $(1,\ 7)$ を通る放物線

$\boxed{\text{STANDARD問題篇}}$

$\boxed{5}$ 不等式 $ax^2+bx+4>0$ の解が $-1<x<2$ であるように，定数 a，b の値を定めよ。

$\boxed{6}$ x のすべての実数の値に対して $(k^2-1)x^2+2(k+1)x+3>0$ が成り立つように，k の値の範囲を定めよ。

$\boxed{7}$ $-1\leqq x\leqq 1$ のすべての値に対して，$x^2-2ax-a+6\geqq 0$ が常に成り立つような定数 a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{8}$ 2 次方程式 $x^2+kx+2k-1=0$ の 2 つの解がともに -2 と 5 の間にあるように，定数 k の値の範囲を定めよ。

$\boxed{9}$ 2 次不等式 $ax^2+(a-1)x+a-1>0$ がすべての実数 x で成り立つような定数 a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{10}$ 2 次方程式 $x^2-(8-a)x+12-ab=0$ がどんな a の値に対しても実数解をもつような定数 b の値の範囲を求めよ。

実戦問題篇

11 a を定数とし，2 次関数 $y=-4x^2+4(a-1)x-a^2$ のグラフを C とする．

(1) C が点 $(1,\ -4)$ を通るとき，$a=\boxed{\text{ア}}$ である．

(2) C の頂点の座標は $\left(\dfrac{a-1}{\boxed{\text{イ}}},\ \boxed{\text{ウエ}}\,a+\boxed{\text{オ}}\right)$ である．

(3) $a>1$ とする．x が $-1\leqq x\leqq 1$ の範囲にあるとき，この 2 次関数の最大値，最小値を調べる．

最大値は　$1<a\leqq\boxed{\text{カ}}$ ならば　$-2a+\boxed{\text{キ}}$

$a>\boxed{\text{カ}}$　ならば　$-a^2+4a-\boxed{\text{ク}}$　である．

また，最小値は　$-a^2-\boxed{\text{ケ}}\,a$　である．

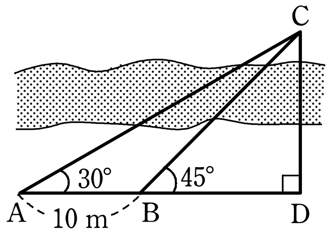
最大値と最小値の差が 12 になるのは $a=-1+\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ のときである．

数学①　第３回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須,
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC＋STANDARD問題篇

$\boxed{1}$ 右の図のように，10 m 離れた 2 地点 A，B がある。
地点 A，B から川の向こう岸の地点 C を見て，
∠CAD を測ると 30°，∠CBD を測ると 45° であった。
C，D 間の距離を求めよ。



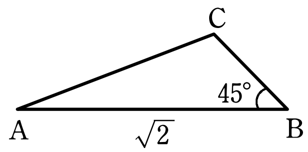
$\boxed{2}$ △ABC において，$b=7$，$c=5$，$B=60°$ のとき，a を求めよ。

$\boxed{3}$ △ABCにおいて，$a=\sqrt{7}$，$b=2$，$c=3$ とする。線分 BC の中点を M とするとき，AM の長さを求めよ。

$\boxed{4}$ △ABCにおいて，$B=45°$，$a:b=1:2$，$c=\sqrt{2}$ であるとき，次のものを求めよ。

(1)　$\sin A$ の値

(2)　a



$\boxed{5}$ 次のような △ABC に内接する円の半径を求めよ。

(1)　$a=13$，$b=12$，$c=5$

(2)　$a=7$，$b=8$，$C=120°$

$\boxed{6}$ 円に内接する四角形ABCDがあり，AB＝2，BC＝4，CD＝3，DA＝2である。
次のものを求めよ。

(1) 対角線ACの長さ

(2) 四角形ABCDの面積 S

$\boxed{7}$ 三角形ABCが次の条件を満たすとすれば，どんな三角形か。

$\sin A\cos A = \sin B\cos B$

実戦問題篇

8 △ABCにおいて，AB＝6，AC＝$6\sqrt{3}$，$\cos A=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ であるとする。

このとき，BC＝$\overset{ア}{\boxed{}}\sqrt{\overset{イ}{\boxed{}}}$，$\sin B=\dfrac{\sqrt{\overset{ウ}{\boxed{}}}}{\overset{エ}{\boxed{}}}$ である。

さらに，点Dは辺BC上にあり，$\cos\angle\mathrm{BAD}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ であるとする。

このとき，AB＝$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$AD＋$\dfrac{\sqrt{\overset{オ}{\boxed{}}}}{\overset{カ}{\boxed{}}}$BD であり，また，正弦定理により

AD＝$\sqrt{\overset{キ}{\boxed{}}}$BD となる。

したがって，AD＝$\overset{ク}{\boxed{}}\sqrt{\overset{ケ}{\boxed{}}}$ である。

数学　第４回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須,
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

$\boxed{1}$ $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式を解け。

(1)　$\sin\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　　　(2)　$\tan\theta = -1$

$\boxed{2}$ $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を解け。

(1)　$\sin\theta < \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　　(2)　$\cos\theta < \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\boxed{3}$ 次の値を求めよ。

(1)　$\sin 15^\circ$　　　　(2)$\tan 105^\circ$

$\boxed{4}$ $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ で $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$ のとき，次の値を求めよ。

(1)　$\cos 2\alpha$　　　(2)　$\sin 2\alpha$　　　(3)　$\sin\dfrac{\alpha}{2}$

$\boxed{5}$ $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，$\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi$とする。$\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，$\cos\beta=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ のとき，次の値を求めよ。

(1)　$\cos\alpha$　　　(2)　$\sin\beta$　　　(3)　$\sin(\alpha-\beta)$　　　(4)　$\cos(\alpha+\beta)$

$\boxed{6}$ 関数 $y=2\sin x-\sqrt{5}\cos x$ の最大値と最小値を求めよ。

STANDARD問題篇

$\boxed{7}$ $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の不等式を解け。

$$\sin 2\theta + \sin\theta > 0$$

$\boxed{8}$ $0 \leqq x < 2\pi$ のとき，次の不等式を解け。

$$\sqrt{3}\sin x + \cos x < \sqrt{2}$$

$\boxed{9}$ 次の関数の最大値，最小値を求めよ。

$$y = 5\cos^2 x + 6\sin x\cos x - 3\sin^2 x$$

実戦問題篇

10 α，β，γ は鋭角で，$\tan\alpha=1$，$\tan\beta=2$，$\tan\gamma=3$ であるとき，次の値を求めよ。

(1) $\tan(\alpha+\beta+\gamma)$　　　(2) $\alpha+\beta+\gamma$

11 $0°\leqq\theta\leqq 90°$ の範囲で，関数 $f(\theta)=\sqrt{6}\cos\theta+\sqrt{2}\sin\theta$，$g(\theta)=\sqrt{2}\cos\theta-\sqrt{6}\sin\theta$ を考える．

(1) $f(60°)=\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ である．

(2) $\theta=\boxed{\text{イウ}}°$ のとき，$f(\theta)$ は最小値 $\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ をとる．

(3) $g(\theta)=\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}\cos\left(\theta+\boxed{\text{キク}}°\right)$ と表せる．とくに，

$g(\theta)=-\dfrac{8\sqrt{2}}{5}$ ならば，$f(\theta)=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$，

$\sin\theta=\dfrac{\boxed{\text{シ}}+\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{10}$ となる．

数学　第５回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須，
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC＋STANDARD問題篇

$\boxed{1}$ AB＝2，BC＝x，AC＝$4-x$ であるような △ABC がある。

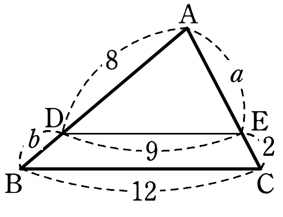
(1)　x の値の範囲を求めよ。

(2)　△ABC が鋭角三角形であるような x の値の範囲を求めよ。

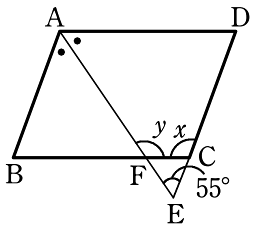
$\boxed{2}$ △ABC において，BC＝5，CA＝3，AB＝7 とする．∠A およびその外角の 2 等分線が直線 BC と交わる点をそれぞれ D，E とするとき，線分 DE の長さを求めよ．

$\boxed{3}$ 右の図において，長さ a，b または角の大きさ x，y を求めよ。
ただし，(1) では DE∥BC，(2) では AD∥BC，AD＝BC，AE は ∠A の二等分線とする。

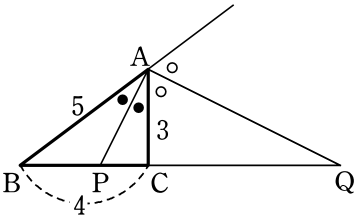
(1)



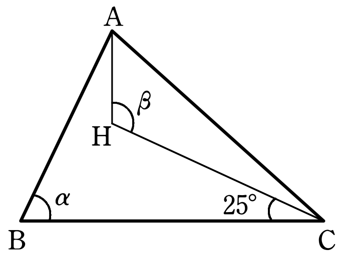
(2)



$\boxed{4}$ △ABCにおいて，AB＝5，BC＝4，CA＝3とし，∠Aの二等分線と対辺BCとの交点をPとする。また，頂点Aにおける外角の二等分線と対辺BCの延長との交点をQとする。このとき，線分BP，PC，CQの長さを求めよ。

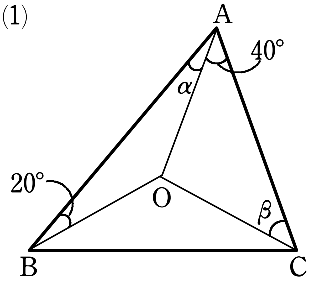


$\boxed{5}$ 右の図で，Hを△ABCの垂心とするとき，角 α，β を求めよ。

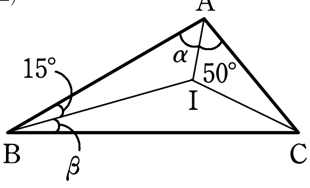


$\boxed{6}$ △ABCの外心をO，内心をI，重心をGとする。下の図の角 α，β と線分の長さ x，y を求めよ。

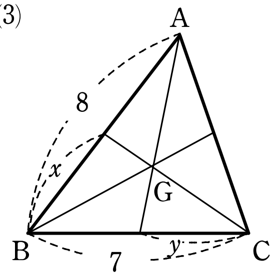
(1)



(2)

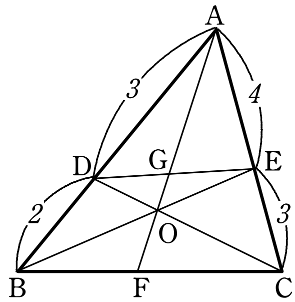


(3)



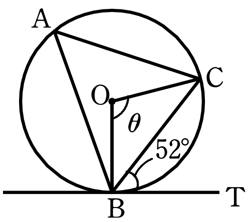
$\boxed{7}$ △ABC の辺 AB を 3 : 2 に内分する点を D，辺 AC を 4 : 3 に内分する点を E とし，BE と CD の交点を O とする。また，AO と BC の交点を F，AO と DE の交点を G とする。このとき，次の比を求めよ。

(1)　BF : FC　　　　　　　(2)　DG : GE

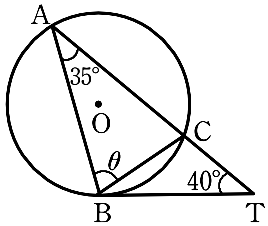


$\boxed{8}$ 下の図で，BT は円 O の接線，B はその接点である。角 θ を求めよ。

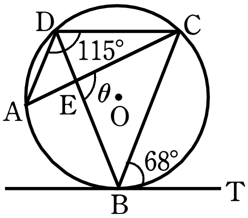
(1)



(2)



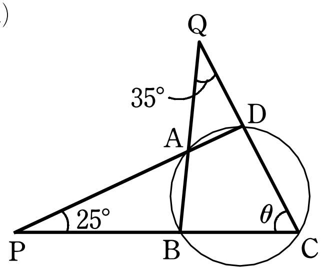
(3)



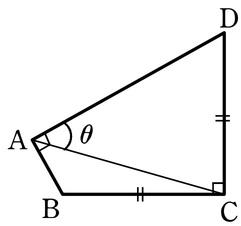
(BC＝BD)

$\boxed{9}$ 右の図の角 θ を求めよ。
ただし，図 (1) で四角形 ABCD は円に内接し，
図 (2) で BC＝CD，
∠DAB＝∠BCD＝90° である。

(1)

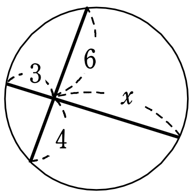


(2)

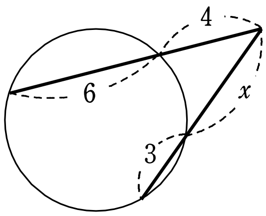


10 (1)　次の図の x の値を求めよ。ただし，(ウ) の点 O は円の中心である。

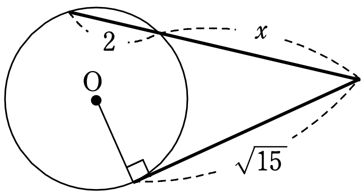
(ア)



(イ)

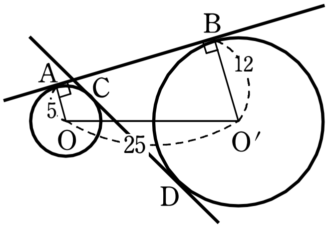


(ウ)



(2)　O を中心とする半径 2 の円の内部の点 P を通る弦 AB について，$PA \cdot PB = 1$ であるとき，線分 OP の長さを求めよ。

11 右の図のように，半径 5 の円 O と半径 12 の円 O′ があり，$OO' = 25$ である。このとき，共通外接線 AB の長さと共通内接線 CD の長さを求めよ。

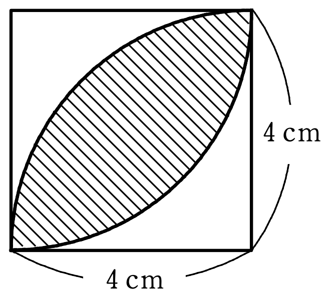


12 (1)　△ABC の内接円が辺 BC，CA，AB と接する点をそれぞれ D，E，F とする。$AB = 9$，$BC = 10$，$CA = 7$ のとき $AF + BD + CE$ の長さを求めよ。

(2)　$AB = 13$，$BC = 5$，$CA = 12$ である △ABC の内接円の半径を求めよ。

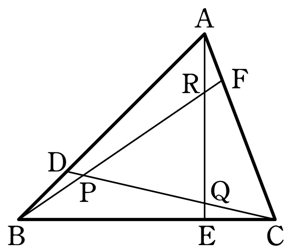
実戦問題篇

13 右の図のように，1辺 4 cm の正方形の中に半径 4 cm の四分円で囲まれた斜線を引いた部分の面積を求めよ．



14 半径 6 の円 C と直線 l は 2 点で交わり，2 交点の距離は 6 である．C と l で囲まれる 2 つの部分のうち小さい方の面積を求めよ．

15 △ABC の 3 辺 AB，BC，CA を 3 : 1 に内分する点をそれぞれ D，E，F とし，CD と BF，AE と CD，BF と AE の交点をそれぞれ P，Q，R とするとき，△PQR と △ABC の面積の比を求めよ．



数学　第６回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須,
実戦問題編はありません

BASIC＋STANDARD問題篇

1　2 つの数 2^{30}，3^{20} の大小を不等号を用いて表せ。

2　次の方程式，不等式を解け。

(1)　$3^{2x+1}-2\cdot 3^{x}-1=0$　　　　(2)　$2^{2x}-2^{x+1}<0$

3　$3^{x}-3^{-x}=3$ のとき，次の値を求めよ。

(1)　$3^{x}+3^{-x}$　　　　(2)　$3^{3x}+3^{-3x}$

$\boxed{4}$ 関数 $y=4^x-2^{x+1}+3$ の最小値を求めよ。

$\boxed{5}$ $\log_2 3=a$，$\log_2 7=b$ とするとき，次の式を a，b で表せ。

(1) $\log_2 21$

(2) $\log_8 63$

$\boxed{6}$ 不等式 $\log_3(x+2)+\log_3 x \leqq 1$ を解け。

$\boxed{7}$ 関数 $y=-(\log_2 x)^2+4\log_2 x-1$ の最大値を求めよ。

$\boxed{8}$ $(0.4)^n < 10^{-15}$ を満たす最小の自然数 n を求めよ。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

$\boxed{9}$ $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{50}$ は小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

$\boxed{1}$ 解答 $2^{30}<3^{20}$

$\boxed{2}$ 解答 (1) $x=0$　(2) $x<1$

$\boxed{3}$ 解答 (1) $\sqrt{13}$　(2) $10\sqrt{13}$

$\boxed{4}$ 解答 $x=0$ で最小値 2

$\boxed{5}$ 解答 (1) $a+b$　(2) $\dfrac{2a+b}{3}$

$\boxed{6}$ 解答 $0<x\leqq 1$

$\boxed{7}$ 解答 $x=4$ のとき最大値 3

$\boxed{8}$ 解答 $n=38$

$\boxed{9}$ 解答 小数第 16 位

$\boxed{1}$ $2^{30}=(2^3)^{10}=8^{10}$, $3^{20}=(3^2)^{10}=9^{10}$

$8<9$ であるから　$8^{10}<9^{10}$　よって　$2^{30}<3^{20}$

$\boxed{2}$ (1) 方程式を変形すると　$3(3^x)^2-2\cdot 3^x-1=0$

$3^x=t$ とおくと　$3t^2-2t-1=0$　すなわち　$(3t+1)(t-1)=0$

$t>0$ であるから　$t=1$

よって，$3^x=1$ より　$x=0$

(2) 不等式を変形すると　$(2^x)^2-2\cdot 2^x<0$

$2^x=t$ とおくと　$t^2-2t<0$　すなわち　$t(t-2)<0$

$t>0$ であるから　$t-2<0$　すなわち　$t<2$

よって　$2^x<2$

底 2 が 1 より大きいから　$x<1$

$\boxed{3}$ $3^x=t$ とおくと　$t-\dfrac{1}{t}=3$

(1) $\left(t+\dfrac{1}{t}\right)^2=\left(t-\dfrac{1}{t}\right)^2+4t\cdot\dfrac{1}{t}=3^2+4=13$

$t>0$, $\dfrac{1}{t}>0$ より，$t+\dfrac{1}{t}>0$ であるから

$$t+\frac{1}{t}=\sqrt{13}$$

すなわち　$3^x+3^{-x}=\sqrt{13}$

(2) $t^3+\dfrac{1}{t^3}=\left(t+\dfrac{1}{t}\right)^3-3t\cdot\dfrac{1}{t}\left(t+\dfrac{1}{t}\right)=(\sqrt{13})^3-3\sqrt{13}$

$=13\sqrt{13}-3\sqrt{13}=10\sqrt{13}$

すなわち　$3^{3x}+3^{-3x}=10\sqrt{13}$

$\boxed{4}$ $y=(2^x)^2-2\cdot 2^x+3$

$2^x=t$ とおくと　$t>0$　…… ①

また　　　$y=t^2-2t+3=(t-1)^2+2$

① の範囲で y は $t=1$ すなわち $x=0$ で最小値 2 をとる。

ゆえに　$x=0$ で最小値 2

$\boxed{5}$ (1)　$\log_2 21=\log_2(3\times 7)=\log_2 3+\log_2 7=a+b$

(2)　$\log_8 63=\dfrac{\log_2 63}{\log_2 8}=\dfrac{\log_2(3^2\times 7)}{\log_2 2^3}=\dfrac{2\log_2 3+\log_2 7}{3\log_2 2}=\dfrac{2a+b}{3}$

$\boxed{6}$ 真数は正であるから　　$x+2>0$ かつ $x>0$　　すなわち　　$x>0$　…… ①

不等式を変形すると　　$\log_3(x+2)x\leqq\log_3 3$

底 3 が 1 より大きいから　$(x+2)x\leqq 3$

式を整理して　　$x^2+2x-3\leqq 0$

これを解くと　　$-3\leqq x\leqq 1$　…… ②

①，②の共通範囲を求めて　$0<x\leqq 1$

$\boxed{7}$ $\log_2 x=t$ とおくと　$y=-t^2+4t-1=-(t-2)^2+3$　　(t は実数全体)

よって　$t=2$ のとき最大値 3

すなわち　$x=4$ のとき最大値 3

$\boxed{8}$ $(0.4)^n<10^{-15}$ より　　$\log_{10}(0.4)^n<\log_{10}10^{-15}$

よって　　$n\log_{10}0.4<-15$

ここで　　$\log_{10}0.4=\log_{10}\dfrac{2^2}{10}=2\log_{10}2-\log_{10}10=2\times 0.3010-1=-0.3980$

したがって　　$-0.3980n<-15$　　すなわち　　$n>37.6\cdots\cdots$

最小の自然数 n は　　$n=38$

$\boxed{9}$ $\log_{10}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{50}=-50\log_{10}2=-50\times 0.3010=-15.05$

$-16<\log_{10}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{50}<-15$ であるから　　$\log_{10}10^{-16}<\log_{10}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{50}<\log_{10}10^{-15}$

よって　　$10^{-16}<\left(\dfrac{1}{2}\right)^{50}<10^{-15}$

したがって，$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{50}$ は小数第 16 位に初めて 0 でない数字が現れる。

数学　第７回小テスト　名前（　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須,
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

$\boxed{1}$ 100 から 500 までの自然数のうち，次のような数の個数を求めよ。

(1)　6 の倍数または 8 の倍数

(2)　6 の倍数であるが 8 の倍数でない数

(3)　6 の倍数でも 8 の倍数でもない数

$\boxed{2}$ A，B，C，D，E の 5 文字を全部使ってできる順列を，ABCDE を 1 番目として，辞書式に並べるとき，次の問いに答えよ。

(1)　55 番目の文字列を求めよ。　　(2)　DBEAC は何番目の文字列か。

$\boxed{3}$ 7 個の数字 0，1，2，3，4，5，6 を使って 4 桁の整数を作る。

(1)　各桁の数字が異なるとき，全部で何個作れるか。

(2)　各桁の数字が異なるとき，偶数は何個作れるか。

(3)　各桁の数字に重複を許すとき，奇数は何個作れるか。

$\boxed{4}$ 男子 6 人と女子 4 人の中から 4 人の委員を選ぶとき，少なくとも女子 1 人を含む組の総数を求めよ。

$\boxed{5}$ 男子 4 人と女子 4 人が横 1 列に並ぶとき，次のような並び方は何通りあるか。

(1)　男子 4 人が続いて並ぶ。

(2)　両端が女子である。

(3)　男女が交互に並ぶ。

(4)　両端の少なくとも 1 人は男子である。

$\boxed{6}$ a 4 個，b 2 個，c 2 個の 8 文字全部を 1 列に並べるとき，並べ方の総数を求めよ。

$\boxed{7}$ 異なる色の 9 個の玉を次のように分けるとき，分け方は何通りあるか。

(1) 4 個，3 個，2 個の 3 つの組に分ける。

(2) A，B，C の 3 つの組に 3 個ずつ分ける。

(3) 3 個ずつの 3 つの組に分ける。

(4) 2 個，2 個，2 個，3 個の 4 つの組に分ける。

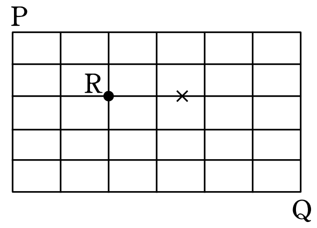
$\boxed{8}$ SOCCER の 6 文字を 1 列に並べるとき，S，R がこの順にある並べ方は何通りあるか。

9 右の図のような道のある町で，P から Q まで遠回りをしないで行くのに，次の場合の道順の総数を求めよ。

(1) R を通って行く。

(2) ×印の箇所は通らないで行く。

(3) R を通り，×印の箇所は通らないで行く。



10 桃，かき，トマトの 3 種類の果物がそれぞれたくさんある。この中から 7 個を選ぶ方法は何通りあるか。ただし，選ばない果物があってもよい。

実戦問題篇

11 (1) 8人がA，Bの2部屋に入る方法は，何通りあるか。ただし，全員が1つの部屋に入ってもよい。

(2) 8人が2つのグループに分かれる方法は何通りあるか。

数学　第８回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須,
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

実戦問題篇

1 大中小の 3 個のさいころを投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　出る目がすべて異なる確率

(2)　大，中，小の順に，出る目が小さくなる確率

2 男子 3 人，女子 3 人の合計 6 人が，くじ引きで順番を決めて横 1 列に並ぶとき，次の確率を求めよ。

(1)　特定の 2 人 A，B が隣り合う確率　　　(2)　両端に男子が並ぶ確率

(3)　男女が交互に並ぶ確率

$\boxed{3}$ くじが 10 本あり，このうち 4 本が当たりくじである。このくじから 3 本を同時に引くとき，2 本だけ当たる確率を求めよ。

$\boxed{4}$ 男子 6 人，女子 2 人が，くじ引きで席を決めて円卓に座るとき，次のようになる確率を求めよ。

(1) 女子 2 人が隣り合う。

(2) 女子 2 人が真正面に向かい合う。

$\boxed{5}$ 赤玉 4 個，青玉 6 個，黄玉 3 個の入った袋から，4 個の玉を同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1) 少なくとも 2 個は黄玉が出る確率

(2) 取り出した玉にどの色のものも含まれる確率

$\boxed{6}$ くじが 10 本あり，このうち 4 本が当たりくじである。このくじから 3 本を同時に引くとき，次の確率を求めよ。

(1) 3 本ともはずれる確率

(2) 少なくとも 1 本が当たる確率

$\boxed{7}$ 赤玉 3 個，白玉 7 個の入った袋から，6 個の玉を同時に取り出すとき，白玉の個数が赤玉の個数より多い確率を求めよ。

$\boxed{8}$ 50 から 100 までの番号札が各数字 1 枚ずつある。この中から 1 枚引くとき，その番号が次のような数である確率を求めよ。

(1) 3 の倍数　　(2) 7 の倍数

(3) 3 の倍数または 7 の倍数　　(4) 3 の倍数でも 7 の倍数でもない

$\boxed{9}$ A の袋には白玉 7 個と赤玉 4 個，B の袋には白玉 6 個と赤玉 5 個が入っている。A の袋から 1 個，B の袋から 2 個取り出すとき，玉の色がすべて同じである確率を求めよ。

$\boxed{10}$ A が 3 枚，B が 2 枚の硬貨を同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) A，B ともに同じ枚数の表を出す確率

(2) B が A より多く表を出す確率

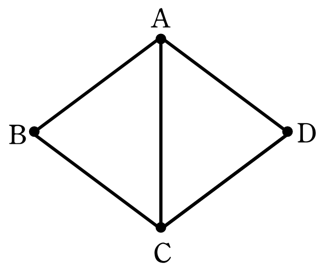
(3) A が B より多く表を出す確率

$\boxed{11}$ 1 枚の硬貨を 6 回投げるとき，3 度目の表が 6 回目に出る確率を求めよ。

$\boxed{12}$ 赤玉と白玉が合わせて 10 個入った袋から，2 個の玉を同時に取り出すとき，2 個とも赤玉である確率が $\dfrac{2}{15}$ であるという。赤玉の個数を求めよ。

$\boxed{13}$ 一直線上を動く点 P がある。1 枚の硬貨を投げて，表が出たら P は右に 1 m，裏が出たら左に 2 m ずつ進む。硬貨を 7 回投げた後，P がもとの位置から右に 1 m の位置にある確率を求めよ。

14 右の図のように4個の点A，B，C，Dを結んだ図形を考える。点PがAを出発して，A，B，C，D上を次の[1]，[2]のように移動する。



[1]　PがAまたはCにいるとき，残りの3点にそれぞれ$\dfrac{1}{3}$の確率で移動する。

[2]　PがBまたはDにいるとき，A，Cにそれぞれ$\dfrac{1}{2}$の確率で移動する。

3回の移動後にPがCにある確率を求めよ。

15 1個のさいころを3回続けて投げるとき，出る目の最大値が5である確率を求めよ。

数学　第９回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須，
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

$\boxed{1}$ 第 5 項が 12，初項から第 5 項までの和が 20 である等差数列 $\{a_n\}$ の初項と公差を求めよ。

$\boxed{2}$ 次のような等比数列の和 S を求めよ。
　初項 20，公比 -2，項数 10

$\boxed{3}$ 次の和を求めよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(2k+1)$ (2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k(k+5)$

$\boxed{4}$ 次の数列の初項から第 n 項までの和を求めよ。

$\dfrac{1}{1\cdot 5}$, $\dfrac{1}{5\cdot 9}$, $\dfrac{1}{9\cdot 13}$, ……

$\boxed{5}$ 初項から第 n 項までの和 S_n が，$S_n=n^2+5n+1$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

STANDARD問題篇

6 初項 70，公差 -4 の等差数列 $\{a_n\}$ について

(1) 初項から第何項までの和が初めて負になるか。

(2) 初項から第何項までの和が最大であるか。また，そのときの和を求めよ。

7 一般項が $4n \cdot 3^{n-1}$ で表される数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

$\boxed{8}$ 次の数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

$1,\ 1+5,\ 1+5+9,\ 1+5+9+13,\ \cdots\cdots$

$\boxed{9}$ 次の数列の第 n 項，および初項から第 n 項までの和を求めよ。

$7,\ 77,\ 777,\ 7777,\ \cdots\cdots$

実戦問題篇

$\boxed{10}$ 和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k+2}}$ を求めよ。

$\boxed{11}$ 数列 $\{a_k\}$ は項数が奇数である等差数列 a_1，a_2，……，a_{2n}，a_{2n+1} とする．

数列 $\{a_k\}$ について，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_{2k}=116$，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n+1} a_{2k-1}=145$ が成り立つとき，$n=$ ${}^{ア}\boxed{}$ である．

この数列の初項が 1 のとき，公差は ${}^{イ}\boxed{}$ である．

数学　第１０回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須，
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

$\boxed{1}$ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$a_1=6,\ a_{n+1}=4a_n-9$

$\boxed{2}$ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$a_1=3,\ a_{n+1}=a_n+(-2)^n$

STANDARD問題篇

$\boxed{3}$ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1=\frac{1}{2},\quad a_{n+1}=\frac{a_n}{2a_n+3}$$

$\boxed{4}$ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1=10,\quad a_{n+1}=2a_n+2^{n+2}$$

$\boxed{5}$ 数列 $\{a_n\}$ において，初項から第 n 項までの和 S_n と a_n の間に，$S_n=2a_n-n$ の関係があるとき，一般項 a_n を求めよ。

$\boxed{6}$ $a_1=1$, $a_2=2$, $a_{n+2}=\dfrac{1}{3}(2a_{n+1}+a_n)$ で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{7}$ 条件 $a_1=4$, $a_{n+1}=\dfrac{4a_n+8}{a_n+6}$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ に対して，$b_n=\dfrac{a_n-2}{a_n+4}$ とおくと，$\{b_n\}$ は等比数列である。$\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

実戦問題篇

$\boxed{8}$ $a_1=2$, $a_{n+1}=\dfrac{n+2}{n}a_n+1$ によって定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。

$\boxed{9}$ $a_1=1$, $a_{n+1}=1+a_1+2a_2+3a_3+\cdots\cdots+na_n$ $(n=1,\ 2,\ \cdots\cdots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

数学　第１１回小テスト　名前（　　　　　　　　　　）

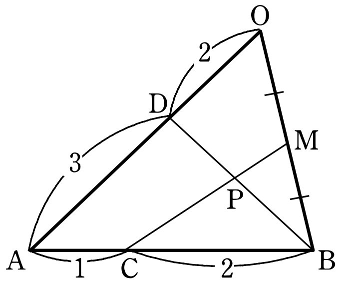
制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須，
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

$\boxed{1}$ 正六角形 ABCDEF において，辺 CD の中点を Q とし，辺 BC の中点を R とする。
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{FE}}$　　(2) $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$　　(3) $\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$

$\boxed{2}$ △OAB において，辺 OB の中点を M，辺 AB を 1 : 2 に内分する点を C，辺 OA を 2 : 3 に内分する点を D，CM と BD の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。



$\boxed{3}$ $|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$ のとき，$\vec{a}-\vec{b}$ と $\vec{a}+t\vec{b}$ が垂直になるように，実数 t の値を定めよ。

$\boxed{4}$ $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$ で，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が $60°$ であるとき，$\vec{a}-\vec{b}$ の大きさを求めよ。

$\boxed{5}$ $|\vec{a}|=5$，$|\vec{b}|=3$，$|\vec{a}+\vec{b}|=6$ とする。$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とするとき，$\cos\theta$ の値を求めよ。

$\boxed{6}$ $\vec{a}=(3,\ -4)$，$\vec{b}=(1,\ 2)$ とし，$\vec{c}=\vec{a}+t\vec{b}$ とする。$|\vec{c}|$ の最小値と，そのときの t の値を求めよ。ただし，t は実数とする。

STANDARD問題篇

7 平行四辺形 ABCD の辺 BC，CD の中点を，それぞれ E，F とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{b}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\vec{u}$，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\vec{v}$ を用いて表せ。

8 $\triangle$ABC と点 P について，等式 $2\overrightarrow{\mathrm{PA}}+3\overrightarrow{\mathrm{PB}}+4\overrightarrow{\mathrm{PC}}=\vec{0}$ が成り立っている。直線 AP と辺 BC の交点を D とするとき，次のものを求めよ。

(1) BD : DC

(2) AP : PD

(3) 面積の比 $\triangle$PBC : $\triangle$PCA : $\triangle$PAB

$\boxed{9}$ △ABCにおいて，AB＝3，AC＝2，∠A＝60°，外心をOとし，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{AO}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

$\boxed{10}$ ∠A＝60°，AB＝8，AC＝5である△ABCの内心をIとする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{AI}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

実戦問題篇

$\boxed{11}$ 1 辺の長さが 1 である正五角形 ABCDE において，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\vec{e}$ とおく．

(1) 線分 BE の長さを求めよ．ただし，$\cos 36^\circ=\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$ は既知としてよい．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$，$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ を $\vec{b}$，$\vec{e}$ で表せ．

数学　第１２回小テスト　名前（　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須,
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC＋STANDARD問題篇

$\boxed{1}$ 点 A$(6,\ -1)$ に関して，点 B$(4,\ 3)$ と対称な点 C の座標を求めよ。

$\boxed{2}$ 次の 3 点が一直線上にあるとき，a の値を求めよ。

A$(-1,\ 6)$，B$(1,\ a)$，C$(a,\ 0)$

$\boxed{3}$ 3 つの直線 $x+2y-1=0$，$x-y+2=0$，$ax-y+3=0$ が 1 点で交わるとき，定数 a の値を求めよ。

$\boxed{4}$ 2 直線 $x-2y+4=0$ ……①，$2x-3y+3=0$ ……② の交点を通り，点 (2，2) を通る直線の方程式を求めよ。

$\boxed{5}$ 点 (1，2) を通り，x 軸，y 軸に接するような円の方程式を求めよ。

$\boxed{6}$ 中心が直線 $y=x+5$ 上にあり，原点と点 (1，2) を通るような円の方程式を求めよ。

$\boxed{7}$ 点 A (3，7)，B (1，1)，C (4，5) を頂点とする △ABC の面積を求めよ。

$\boxed{8}$ 円 $x^2+y^2=4$ ……① が 直線 $x+y=1$ ……② から切り取る線分の長さを求めよ。

$\boxed{9}$ 円 $x^2+y^2-2x-9=0$ と直線 $x-y+1=0$ の 2 つの交点 A，B を通り，点 (1，1) を通る円の方程式を求めよ。

$\boxed{10}$ 点 P $(-5,\ 10)$ を通り，円 $x^2+y^2=25$ に接する直線の方程式を求めよ。

実戦問題篇

11 3 点 A $(a, 6)$, B $(b, 2)$, O $(0, 0)$ があり，$0 < a < b$ なる関係が満たされているものとする．

(1) O を通って △OAB の面積を 2 等分する直線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}\,a + \boxed{\text{ウ}}\,b}\,x \quad \cdots\cdots ①$$ である．

(2) A を通って △OAB の面積を 2 等分する直線の方程式は $a \neq \boxed{\text{エ}}\,b$ のとき，

$$y = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}\,a - \boxed{\text{キ}}\,b}\,x + \frac{\boxed{\text{ク}}\,a - \boxed{\text{ケ}}\,b}{\boxed{\text{コ}}\,a - \boxed{\text{サ}}\,b} \quad \cdots\cdots ②$$ であり，$a = \boxed{\text{エ}}\,b$

のとき $x = \boxed{\text{シ}}\,a$ …… ②′ となる．

(3) 方程式 ① と ② または ②′ の交点は a, b の値にかかわらず定直線 $y = \boxed{\text{ス}}$ の上にある．

12 平面上の 3 直線 $x - y - 1 = 0$ …… ①, $x + 2y - 4 = 0$ …… ②, $2x - y + 2 = 0$ …… ③ が与えられている．直線 ① と ②，② と ③，③ と①，の交点をそれぞれ A, B, C とする．

(1) 三角形 ABC の重心の座標を求めよ．

(2) 三角形 ABC の外接円の中心の座標を求めよ．

数学　第１３回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。

BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須,

実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

$\boxed{1}$ 次の関数を微分せよ。また，$x=-2$ における微分係数を求めよ。

(1)　$f(x)=x^3-5x^2-4x+2$

$\boxed{2}$ 曲線 $y=-x^3+5x$ について，次の接線の方程式を求めよ。

(1)　曲線上の点 $(1,\ 4)$ における接線

$\boxed{3}$ 関数 $y=x^3+3x^2-9x-11$ の極値を求め，そのグラフをかけ。

STANDARD問題篇

$\boxed{4}$ 関数 $y=x^2-x$ のグラフに点 C $(1,\ -1)$ から引いた接線の方程式を求めよ。

$\boxed{5}$ 曲線 $y=x^3+3x^2+6x-10$ 上の点における接線のうち，傾きが最小となるものの方程式を求めよ。

$\boxed{6}$ 曲線 $y=ax^2+bx+c$ が，点 $(1,\ -3)$ を通り，かつ点 $(2,\ 6)$ において曲線 $y=x^3+dx$ と共通の接線をもつとき，定数 a，b，c，d の値を求めよ。

$\boxed{7}$ 2 つの放物線 $y=x^2$，$y=-x^2+6x-5$ の共通接線の方程式を求めよ。

$\boxed{8}$ 次の条件に適するように，定数 k の値の範囲を定めよ。
関数 $g(x)=x^3+kx^2-3kx+2$ が極値をもたない。

$\boxed{9}$ 3 次関数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-(a+1)x^2+a(a+1)x$ (a は定数) について，次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ が極値をもつような a の値の範囲を求めよ。

(2) $f(x)$ が極値をもち，極大値と極小値の差が $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ のとき，a の値を求めよ。

$\boxed{10}$ 3 次関数 $y=x^3-x^2$ のグラフと直線 $y=x+a$ の共有点の個数を調べよ。
ただし，a は定数とする。

実戦問題篇

$\boxed{11}$ 関数 $f(x)=x^3-4x^2+3x+1$ の $-1 \leqq x \leqq 3$ における最大値，最小値を求めよ。

$\boxed{12}$ $f(x)=x^3-6ax^2+9a^2x$ の $0 \leqq x \leqq 1$ における最大値およびそのときの x の値を求めよ．

数学　第１４回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須,
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

1 次の定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int_{-1}^{2}(x^3-3x^2-2x+4)dx$　　(2) $\displaystyle\int_{-2}^{2}(x^3+2x^2-x+3)dx$

2 次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$$f(x)=3x^2-x\int_0^2 f(t)\,dt+2$$

3 等式 $\displaystyle\int_a^x f(t)\,dt=x^2-3x-4$ を満たす $f(x)$ および定数 a の値を求めよ。

$\boxed{4}$ 曲線 $y=x^3-3x^2+3x-1$ と，この曲線上の点 $(0,\ -1)$ における接線で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

$\boxed{5}$ 次の定積分を求めよ。

$$\int_1^4 |x^2-2x-3|\,dx$$

STANDARD問題篇

$\boxed{6}$ 次の 2 つの条件を同時に満たす 2 次関数 $f(x)$ を求めよ。

[1] 任意の 1 次関数 $g(x)$ に対して $\displaystyle\int_0^1 f(x)g(x)\,dx=0$

[2] $\displaystyle\int_{-1}^1 f(x)\,dx=1$

$\boxed{7}$ 直線 $y=kx$ が，放物線 $y=2x-x^2$ と x 軸で囲まれた部分の面積を 2 等分するように，定数 k の値を定めよ。

$\boxed{8}$ x の関数 $f(x)$，$g(x)$ が次の条件 ①，② を満たしている。

$$\int_1^x f(t)\,dt = xg(x) + ax + 2 \quad (a\text{ は実数}) \quad \cdots\cdots ①$$

$$g(x) = x^2 - 2x\int_0^1 f(t)\,dt + 1 \quad \cdots\cdots ②$$

このとき，定数 a の値と関数 $f(x)$，$g(x)$ を求めよ。

$\boxed{9}$ 2 つの曲線 $y=x^2-3x+7$，$y=x^3+ax+b$ が点 $(1, 5)$ で共通な接線をもつように，定数 a, b の値を定めよ．このとき，共通接線と曲線 $y=x^3+ax+b$ によって囲まれる部分の面積を求めよ．

実戦問題篇

$\boxed{10}$ 放物線 $y=x^2+x-1$ と，原点を通る傾き m の直線で囲まれた図形の面積が最小となるように，m の値を定めよ。また，そのときの面積を求めよ。

$\boxed{11}$ $f(x)=ax^2+bx+1$ とする。任意の1次関数 $g(x)$ に対して，常に $\int_0^1 f(x)g(x)\,dx=0$ が成り立つとき，定数 a，b の値を求めよ。

数学　第１５回小テスト　名前（　　　　　　　　　）

BASIC(　　　)点，STANDARD(　　　)点，実戦(　　　)点

制限時間50分。 BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須, 実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC＋STANDARD問題篇

$\boxed{1}$ 不等式 $x^2+y^2 \leqq 5$ を満たす x，y に対して，$x+y$ の最大値，最小値を求めよ。

$\boxed{2}$ x，y が 4 つの不等式 $2x+y \leqq 6$，$x+2y \leqq 6$，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$ を同時に満たすとき，$2x+3y$ の最大値，最小値を求めよ。

$\boxed{3}$ t がすべての実数値をとって変化するとき，$x=t-1$，$y=2t^2+3t$ で表される点 $(x,\ y)$ は 1 つの曲線上を動く。その曲線を求めよ。

$\boxed{4}$ m がすべての実数値をとって変化するとき，放物線 $y=x^2+2mx+1$ の頂点はどんな図形上を動くか。

$\boxed{5}$ 次の問いに答えよ。

(1)　点 Q が放物線 $y=x^2$ 上を動くとき，点 A $(2,\ -2)$ と点 Q を結ぶ線分 AQ を $1:2$ に内分する点 P の軌跡を求めよ。

(2)　点 Q が円 $x^2+y^2=4$ 上を動くとき，点 A $(4,\ 2)$ に関して点 Q と対称な点 P の軌跡を求めよ。

$\boxed{6}$ A$(-2,\ 0)$，B$(7,\ 0)$ とするとき，$\angle$APB が直角となるような点 P の軌跡を求めよ。

$\boxed{7}$ 座標平面上において，放物線 $y=(x-2)^2$ と直線 $y=mx$ が異なる 2 つの共有点 P，Q をもつとき，定数 m のとりうる値の範囲は $^{ア}\boxed{}$ である。

さらに，m がこの範囲を動くとき，線分 PQ の中点の軌跡は方程式 $^{イ}\boxed{}$ で表される曲線の一部であり，それは x 座標が $^{ウ}\boxed{}$ の範囲の部分である。

実戦問題篇

$\boxed{8}$ 実数 x，y は $4x^2+4y^2+7xy+x+y-1=0$ を満たしているとする。このとき $u=x+y$ および $v=xy$ のとりうる値の範囲を求めよ。

$\boxed{9}$ 点 $(x,\ y)$ が，不等式 $(x-3)^2+(y-2)^2 \leqq 1$ の表す領域上を動くとき，$\dfrac{y}{x}$ の最大値を求めよ。 ただし，そのときの x，y の値は求めなくてよい。

数学　第１６回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　）

BASIC＋STANDARD(　　　　)点，実戦(　　　　)点

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須，
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

1　次の楕円の概形をかけ。また，その焦点の座標，長軸の長さ，短軸の長さを求めよ。

(1)　$\dfrac{x^2}{3^2}+\dfrac{y^2}{2^2}=1$

(2)　$x^2+\dfrac{y^2}{4}=1$

2　次の双曲線の概形をかけ。また，その焦点，頂点，漸近線を求めよ。

(1)　$\dfrac{x^2}{5^2}-\dfrac{y^2}{2^2}=1$

(2)　$4x^2-y^2=1$

$\boxed{3}$ 次の放物線の焦点と準線を求め，その概形をかけ。

(1) $y^2=-8x$　　(2) $x^2=2y$

$\boxed{4}$ 次の曲線上の与えられた点における接線の方程式を求めよ。

(1) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ $\left(\dfrac{3}{2},\ \sqrt{3}\right)$　　(2) $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ $\left(\sqrt{3},\ -\dfrac{1}{2}\right)$

(3) $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{4}=1$ $(-2\sqrt{5},\ 1)$　　(4) $y^2=4x$ $(1,\ -2)$

$\boxed{5}$ x，y の方程式 $4x^2+9y^2-8x+36y+4=0$ はどのような図形を表すか。楕円なら中心と焦点の座標，双曲線なら頂点，焦点の座標と漸近線，放物線なら頂点，焦点の座標と準線を求めよ。

$\boxed{6}$ 方程式 $4x^2-9y^2+16x+18y+43=0$ はどのような図形を表すか。楕円なら中心と焦点の座標，双曲線なら頂点，焦点の座標と漸近線，放物線なら頂点，焦点の座標と準線を求めよ。

$\boxed{7}$ 点 $(1,\ 3)$ から楕円 $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}=1$ に引いた接線の方程式を求めよ。

$\boxed{8}$ 楕円 $x^2+4y^2=4$ と直線 $x+2y=1$ の 2 つの交点を P，Q とするとき，線分 PQ の中点 M の座標を求めよ。

実戦問題篇

$\boxed{9}$ 正数 t に対して，xy 平面上の曲線 (直線も含む)

$$C_t : (2t^2-5t+2)x^2+2ty^2=2t^2-5t+2$$

を考える．次の問いに答えよ．

(1) C_t は t の値と無関係に定点を通る．その定点をすべて求めよ．

(2) C_t はどのような種類の曲線 (直線も含む) を表すか．t の値によって分類せよ．

(3) t が $t>0$ の範囲で変化するとき，C_t の存在範囲を図示せよ．

数学　第１７回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇は全員必須,
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

1　放物線 $y=-x^2+2tx+(t-1)^2$ の頂点は，t の値が変化するとき，どのような曲線を描くか。

2　極座標が次のような点の直交座標を求めよ。

(1) $\left(4,\ \dfrac{\pi}{3}\right)$　(2) $\left(4,\ \dfrac{\pi}{2}\right)$　(3) $\left(2,\ \dfrac{2}{3}\pi\right)$

3　直交座標が次のような点の極座標を求めよ。ただし，偏角 θ の範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

(1) $(-3,\ \sqrt{3})$　(2) $(-2,\ 0)$　(3) $(-\sqrt{2},\ \sqrt{2})$

$\boxed{4}$ 次の直線および曲線を極方程式で表せ。

(1) $x+y=4$

(2) $y=-\sqrt{3}\,x$

(3) $x^2+(y-1)^2=1$

(4) $x^2+y^2-4x=0$

$\boxed{5}$ 次の極方程式の表す曲線を，直交座標 x， y の方程式で表せ。

(1) $r=\cos\theta+\sin\theta$

(2) $r^2\cos 2\theta=-1$

(3) $r=\dfrac{4}{1-\cos\theta}$

(4) $r=\dfrac{3}{2-\cos\theta}$

$\boxed{6}$ 次の媒介変数表示は，どのような曲線を表すか。

(1) $x=\sin\theta$, $y=\cos 2\theta$

(2) $x=\cos\theta+\sin\theta$, $y=\cos\theta-\sin\theta$

$\boxed{7}$ （復習）

次の方程式はどのような曲線を表すか。楕円なら中心と焦点の座標，双曲線なら頂点，焦点の座標と漸近線，放物線なら頂点，焦点の座標と準線を求めよ。

(1) $25x^2-4y^2+100x-24y-36=0$

(2) $y^2-4x-2y-7=0$

(3) $4x^2+9y^2-16x+54y+61=0$

実戦問題篇

8 放物線 $y=\dfrac{3}{4}x^2$ と楕円 $x^2+\dfrac{y^2}{4}=1$ の共通接線の方程式を求めよ.

9 点 $(0,a)$ を通り，だ円 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ に接する 2 つの接線が直交するとき，$a^2=\boxed{}$ である.

数学　第１８回小テスト　名前（　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須,
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

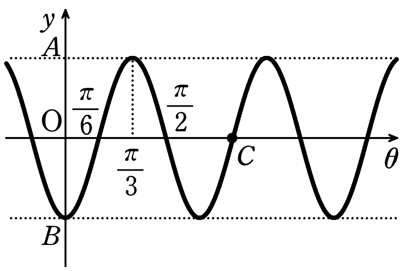
$\boxed{1}$ 関数 $f(x)=ax^2+bx+1$ とその逆関数 $f^{-1}(x)$ について，$f(1)=2$，$f^{-1}(5)=2$ であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

$\boxed{2}$ 曲線 $y=\dfrac{4x+1}{2x-1}$ は，直角双曲線 $y=\dfrac{{}^{ア}\boxed{}}{x}$ を x 軸方向に ${}^{イ}\boxed{}$，y 軸方向に ${}^{ウ}\boxed{}$ だけ平行移動したものであり，この曲線の漸近線の方程式は ${}^{エ}\boxed{}$ である。

STANDARD問題篇

3 関数 $y=\log_2(8x+16)$ のグラフは，関数 $y=\log_2 x$ のグラフを x 軸方向に $^{ア}\boxed{}$，y 軸方向に $^{イ}\boxed{}$ だけ平行移動したものである。

4 右の図は，関数 $y=2\sin(a\theta-b)$ のグラフの一部である。$a>0$，$0<b<2\pi$ のとき，$a=\boxed{ア}$，$b=\dfrac{\pi}{\boxed{イ}}$ である。また，図中の目盛り A，B，C について，$A=\boxed{ウ}$，$B=\boxed{エオ}$，$C=\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}\pi$ である。



$\boxed{5}$ (1)　関数 $f(x)=\dfrac{x-2}{x+2}$ $(x\geqq 0)$ の逆関数 $f^{-1}(x)=$ ア $\boxed{}$ の定義域は イ $\boxed{}$ （←xの不等式を入れる）である。

(2)　関数 $y=\sqrt{2x+1}$ の逆関数は $y=$ ウ $\boxed{}$ $\left(x\geqq \text{エ} \boxed{}\right)$ であり，その値域は

$y\geqq$ オ $\boxed{}$ である。

$\boxed{6}$ 不等式 $\dfrac{3}{x+1}>3-x$ を解け。

$\boxed{7}$ 不等式 $\sqrt{4x-x^2}>3-x$ を解け。

$\boxed{8}$ 関数 $f(x)=\dfrac{2x+a}{x+1}$，$g(x)=\dfrac{3x+b}{x+c}$ を考える。

合成関数 $(f\circ g)(x)=f(g(x))$ が $(f\circ g)(x)=\dfrac{9x+8}{4x+3}$ を満たすとき，定数 a，b，c の値を求めよ。

実戦問題篇

9 方程式 $2\sqrt{x-1}=\dfrac{1}{2}x+k$ が異なる2つの実数解をもつように，k のとりうる値の範囲を定めよ。

10 関数 $y=2\cos 3x$ の周期のうち正で最小のものは $\boxed{\text{アイウ}}^\circ$ である。$0^\circ \leqq x \leqq 360^\circ$ のとき，関数 $y=2\cos 3x$ において，$y=2$ となる x は $\boxed{\text{エ}}$ 個，$y=-2$ となる x は $\boxed{\text{オ}}$ 個ある。
また，$y=\sin x$ と $y=2\cos 3x$ のグラフより，方程式 $\sin x=2\cos 3x$ は $0^\circ \leqq x \leqq 360^\circ$ のとき $\boxed{\text{カ}}$ 個の解をもつことがわかる。

数学　第１９回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須,
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

1 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^3-3x-2}{x^2-3x+2}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$

2 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)(n^2-2)}{1-2n^3}$　　(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2+3n-1}{n^2(1-5n)}$

$\boxed{3}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{5^n-3^n}{5^n+3^n}$　　(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}(2^{n+1}-3^n)$

$\boxed{4}$ 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x\sin 2x}{1-\cos x}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x(1-\cos x)}{\sin^3 x}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sin(\sin x)}{\sin x}$　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{\sin \pi x}{x-1}$

$\boxed{5}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)^x$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log_2(1+x)}{x}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x+1}\right)^x$

$\boxed{6}$ 次の無限級数の和を求めよ。

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n-(-1)^n}{3^n}$$

$\boxed{7}$ 次の無限等比級数の収束，発散を調べ，収束するときはその和を求めよ。

$$(3+\sqrt{2})+(2\sqrt{2}-1)+(5-3\sqrt{2})+\cdots\cdots$$

$\boxed{8}$ 次の等式が成り立つように，定数 a，b の値を定めよ。

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+4x}-ax-b\right)=5$$

$\boxed{9}$ 関数 $y=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^{2n+1}-x}{x^{2n}+1}$ のグラフをかけ。

実戦問題篇

10 $\lim_{x \to 0} \dfrac{\cos x - \cos 3x}{x^2} = \boxed{}$

11 $[a]$ は a を超えない最大の整数を表すとすると $\lim_{x \to 1-0} ([2x] - 2[x]) = \boxed{}$

$\boxed{12}$ $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{a\cos^2 x+(3b+2)\sin x-2a+b+1}{\sin^3 x+a\cos^2 x-a}=c$ となるように実数の定数 $a,\ b,\ c$ の値を定めよ．

数学　第２０回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。

BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須,

実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

1　a を実数とし，関数 $f(x)$ を$f(x)=\begin{cases} a\sin x+\cos x & \left(x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right) \\ x-\pi & \left(x > \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases}$ で定義する。

$f(x)$ が $x=\dfrac{\pi}{2}$ で連続となる a の値を求めよ。

2　関数 $f(x)$ が $x=a$ で微分可能であるとき，次の極限値を $f'(a)$ で表せ。

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+2h)-f(a-3h)}{h}$$

$\boxed{3}$ 関数 $y=x\cos x-\sin x$ を微分せよ。

$\boxed{4}$ 関数 $y=\dfrac{x}{x^2-2}$ を微分せよ。

$\boxed{5}$ 関数 $y=e^{2-3x}$ を微分せよ。

$\boxed{6}$ 次の関数の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ を x で表せ。

$$y=x^{\sin x}\ (x>0)$$

$\boxed{7}$ 曲線 $2x^2-2xy+y^2=5$ 上の点 $(1,\ 3)$ における接線の方程式を求めよ。

$\boxed{8}$ 曲線 C_1：$y=2\cos x$ $\left(0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ と曲線 C_2：$y=\cos 2x+k$ $\left(0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ が共有点 P で共通の接線 ℓ をもつ。ただし，k は定数であり，点 P の x 座標は正とする。k の値と接線 ℓ の方程式を求めよ。

$\boxed{9}$ 関数 $f(x)=\begin{cases} x^3+\alpha x & (x \geqq 2) \\ \beta x^2-\alpha x & (x<2) \end{cases}$ が $x=2$ で微分可能となるような α，β の値を求めよ。

$\boxed{10}$ 平面上を動く点 P の時刻 t における座標 $(x,\ y)$ が $x=\dfrac{1-t}{1+t}$，$y=\dfrac{2\sqrt{t}}{1+t}$ で与えられている。$0<t<1$ のとき，点 $(1,\ 0)$ と点 P を結ぶ線分の中点を M とし，点 M が描く曲線を C とする。

(1) 時刻 t における点 M の座標を t を用いて表せ。

(2) 時刻 t における点 M での C の法線の方程式を求めよ。

(3) C の法線は時刻 t にかかわらず，常にある定点を通ることを示し，その点の座標を求めよ。

実戦問題篇

$\boxed{11}$ 関数 $y=\dfrac{1}{2}\left\{x\sqrt{x^2+4}+4\log\left(x+\sqrt{x^2+4}\right)\right\}$ を微分せよ。

数学　第２１回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須，
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

$\boxed{1}$ 次の関数の増減，グラフの凹凸を調べてグラフの概形をかけ。

$$y=3x^4-16x^3+18x^2+8$$

$\boxed{2}$ 関数 $f(x)=x-2\sqrt{x}$ の増減を調べ，$y=f(x)$ のグラフをかけ.

$\boxed{3}$ $0 \leqq x \leqq 2\pi$ のとき，関数 $y=x-\sqrt{2}\sin x$ の増減，グラフの凹凸を調べてグラフの概形をかけ。

$\boxed{4}$ 関数 $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$ のグラフをかけ。

$\boxed{5}$ 関数 $y=\dfrac{x^2+x-1}{x+2}$ のグラフの概形をかけ。

$\boxed{6}$ 次の関数のグラフの概形をかけ。

$$y=x-1+\sqrt{1-x^2}$$

$\boxed{7}$ 関数 $y=x\sqrt{8-x^2}$ のグラフの概形をかけ。

$\boxed{8}$ 関数 $y=\dfrac{\log x}{x}\ (x>0)$ のグラフの概形を描け.

$\boxed{9}$ 関数 $f(x)=(x-1)^2e^{-x}$ について，次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。

(2) $y=f(x)$ のグラフの概形をかけ。ただし，$\lim_{x\to\infty} x^2e^{-x}=0$ を用いよ。

実戦問題篇

$\boxed{10}$ 関数 $f(x)=\log\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)-\sqrt{1-x^2}-\log x \ (0<x<1)$ について，次の問いに答えよ。

(1) $f'(x)$ を求めよ。

(2) $y=f(x)$ のグラフの概形をかけ。

(3) 曲線 $y=f(x)$ 上を動く点を P とする。点 Q は，曲線 $y=f(x)$ の P における接線上にあり，P との距離が 1 で，その x 座標が P の x 座標より小さいものとする。Q の軌跡を求めよ。

数学　第２２回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須,
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

$\boxed{1}$ 次の不定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int x\sqrt[3]{x}\,dx$

(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x}}$

$\boxed{2}$ 次の不定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int (x+1)^5 dx$

(2) $\displaystyle\int (2x-1)^4 dx$

(3) $\displaystyle\int \frac{2}{3x+2} dx$

(4) $\displaystyle\int \sqrt{x+3}\,dx$

(5) $\displaystyle\int \sin\frac{5}{6}\pi x\,dx$

(6) $\displaystyle\int \cos(4x-1)\,dx$

(7) $\displaystyle\int e^{2x+3} dx$

(8) $\displaystyle\int 2^{7x+5} dx$

$\boxed{3}$ 次の不定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int \sin^2 2x\,dx$　(2) $\displaystyle\int \sin^4 x\,dx$　(3) $\displaystyle\int (\sin x+\cos x)^4 dx$

(4) $\displaystyle\int \sin x\cos 4x\,dx$　(5) $\displaystyle\int \sin 2x\sin 4x\,dx$　(6) $\displaystyle\int \cos 3x\cos 5x\,dx$

$\boxed{4}$ 不定積分 $\displaystyle\int \frac{5}{2x^2-7x+3}dx$ を求めよ。

$\boxed{5}$ 不定積分 $\displaystyle\int e^x \sin x\,dx$ を求めよ。

$\boxed{6}$ 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ を求めよ。

$\boxed{7}$ 次の定積分を求めよ。

$$\int_1^4 \frac{dx}{x^2-2x+4}$$

$\boxed{8}$ 定積分 $\displaystyle\int_0^4 \sqrt{2-\sqrt{x}}\,dx$ を求めよ.

$\boxed{\text{実戦問題篇}}$

$\boxed{9}$ 次の定積分を求めよ.

$$\int_0^{2\pi} x^2|\sin x|\,dx$$

数学　第２３回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
BASIC問題篇とSTANDARD問題篇は全員必須，
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

BASIC問題篇

$\boxed{1}$ 関数 $f(x)=x+\dfrac{2a}{x}$ の極小値が 2 となるように，定数 a の値を定めよ。ただし，$a>0$ とする。

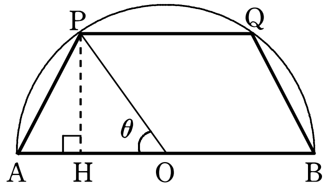
$\boxed{2}$ 関数 $f(x)=\dfrac{2x+a}{x^2+4}$ が $x=-1$ で極値をとるように，定数 a の値を定めよ。また，このとき，関数 $f(x)$ の極値を求めよ。

$\boxed{3}$ 関数 $f(x)=ax+\sin x$ が極値をもつように，定数 a の値の範囲を定めよ。

$\boxed{4}$ すべての正の数 x について，不等式 $e^x \geqq ax^3$ が成り立つような定数 a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{5}$ ABを直径とする半円周上の動点PからABに平行な弦PQを引き，台形PABQを作る。PからABに垂線PHを下ろす。また，円の中心をOとし，AB$=2a$，

$\angle\mathrm{AOP}=\theta\ \left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$とする。



(1) PH，OHの長さをa，θで表せ。

(2) 台形PABQの面積Sをa，θで表せ。

(3) この台形の面積Sの最大値を求めよ。

実戦問題篇

$\boxed{6}$ a は定数とする。曲線 $y=(x^2+2x+a)e^x$ の変曲点の個数を調べよ。

$\boxed{7}$ a を実数とする。このとき，曲線 $y=e^x$ と $y=(x-a)^2$ の両方に接する直線が存在するような a の値の範囲を求めよ。

数学　第２４回小テスト　名前（　　　　　　　　　　　）

制限時間50分。
STANDARD問題篇は全員必須，
実戦問題編は余裕のあるもののみ解答せよ。

STANDARD問題篇

$\boxed{1}$ A$(2,\ -3,\ -1)$，B$(3,\ -1,\ -2)$，C$(4,\ -4,\ 1)$とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$のなす角を$\theta$とするとき，$\cos\theta$を求めよ。

(2) $\triangle\mathrm{ABC}$の面積を求めよ。

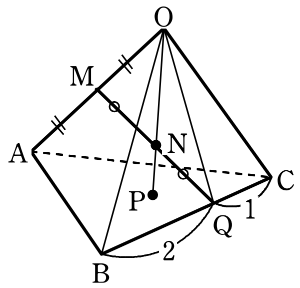
$\boxed{2}$ 1辺の長さが2の正四面体OABCについて，辺BCの中点をMとする。次の値を求めよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OM}}$　　(2) $\cos\angle\mathrm{AOM}$

$\boxed{3}$ 2点 A$(0,\ -2,\ -3)$，B$(8,\ 4,\ 7)$ を通る直線に，点 P$(3,\ -1,\ 4)$ から垂線 PH を下ろす。このとき，点 H の座標と線分 PH の長さを求めよ。

$\boxed{4}$ 中心が点$(-2,\ 1,\ a)$，半径が 6 の球面が，xy 平面と交わってできる円の半径が $4\sqrt{2}$ であるという。a の値をすべて求めよ。

$\boxed{5}$ 四面体 OABC において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とする。辺 OA の中点を M，辺 BC を 2 : 1 に内分する点を Q，線分 MQ の中点を N とする。直線 ON と平面 ABC の交点を P とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。



$\boxed{6}$ 四面体 ABCD の辺 BC の中点を P，線分 PD の中点を Q，線分 AQ の中点を R とする。また，直線 BR と平面 ACD の交点を S とする。$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{d}$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AS}}$ を $\vec{c}$，$\vec{d}$ で表せ。

(2) 直線 AS と辺 CD の交点を T とするとき，CT : TD を求めよ。

実戦問題篇

$\boxed{7}$ 四面体OABCの各辺の長さをそれぞれ$\mathrm{AB}=\sqrt{7}$，$\mathrm{BC}=3$，$\mathrm{CA}=\sqrt{5}$，$\mathrm{OA}=2$，$\mathrm{OB}=\sqrt{3}$，$\mathrm{OC}=\sqrt{7}$とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$とおく。

(1) 内積$\vec{a}\cdot\vec{b}$，$\vec{b}\cdot\vec{c}$，$\vec{c}\cdot\vec{a}$を求めよ。

(2) 三角形OABを含む平面をαとし，点Cから平面αに下ろした垂線とαとの交点をHとする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$で表せ。

(3) 四面体OABCの体積を求めよ。