
試験時間60分 解答は解答用紙に書いて、提出してください。

- ① $2x^2 + 5xy - 3y^2 + x + 17y - 10$ を因数分解せよ。
- ② $(x+1)(y+1)(xy+1) + xy$ を因数分解せよ。
- ③ $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$ を簡単にせよ。
- ④ 3次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + 4a = 0$ (定数 a, b は実数) が虚数解 $\frac{-5+\sqrt{7}i}{2}$ をもつとき、 a, b の値と実数解を求めよ。
- ⑤ 等式 $x^3 - 1 = (x-2)^3 + a(x-2)^2 + b(x-2) + c$ が x についての恒等式となるとき、定数 a, b, c の値を求めよ。
- ⑥ 3次方程式 $x^3 + (2a-1)x^2 - 3(a-2)x + a-6 = 0$ の3つの解のうち、ちょうど2つが等しいとき、定数 a の値を定めよ。
- ⑦ 多項式 $P(x)$ を $x-1$ で割ると8余り、 x^2-4 で割ると $-2x+1$ 余るとき、 $P(x)$ を $(x-1)(x^2-4)$ で割ったときの余りを求めよ。

- 8 (1) $x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 24x - 45 = 0$ は、 $x = 1 + \sqrt{2}i$ を解にもつ。その他の解をすべて求めよ。
 (2) (1)の結果を用いて、 $x^4 - 4ix^3 + 8x^2 - 24ix - 45 = 0$ の解をすべて求めよ。

- 9 $\{(9 + 4\sqrt{5})^n + (9 - 4\sqrt{5})^n\}^2 - \{(9 + 4\sqrt{5})^n - (9 - 4\sqrt{5})^n\}^2$ を簡単にせよ。ただし、 n は整数とする。

- 10 連立方程式 $\begin{cases} x + (a-1)y = -1 \\ ax + (a+3)y = 1 \end{cases}$ は $a = \text{ } \square \text{ }^{\text{r}}$ のとき解が存在せず、 $a = \text{ } \square \text{ }^{\text{l}}$ のとき解が無数に存在する。

- 11 a は定数とする。3つの数 x, y, z は関係式

$$xyz = 2(xy + yz + zx), \quad x + y + z = a$$
 を満たす。

- (1) x, y, z のうち少なくとも1つが2であるとする。このとき、 a の値を求めよ。
 (2) (1)のもとで、 $x^3 + y^3 + z^3$ の値を求めよ。

- 12 $f(x) = x^2 + 2x + c$ について、 x の方程式 $f(x) = 0$ が異なる2つの実数解をもち、 $f(f(x)) = 0$ が重解 α をもつとき、 α, c の値を求めよ。

- 13 $\alpha = 1 + \sqrt{3}i, \beta = 1 - \sqrt{3}i$ のとき

$$\left(\frac{\beta^2 - 4\beta + 8}{\alpha^{n+2} - \alpha^{n+1} + 2\alpha^n + 4\alpha^{n-1} + \alpha^3 - 2\alpha^2 + 5\alpha - 2} \right)^3$$
 の値を求めよ。
 ただし、 n は2以上の自然数、 i は虚数単位とする。