過去問めぐり　談話室マロニエ

【１】2016 聖マリアンナ医科大学

p を素数とするとき，以下の命題を証明しなさい。解答は所定の箇所に記載しなさい。

(1)　a，b，c を整数とするとき，$a^3+pb^3+p^2c^3-p^3abc=0$ ならば，a は p の倍数である。

(2)　a，b，c を整数とするとき，$a^3+pb^3+p^2c^3-p^3abc=0$ ならば，a，b，c はどれも p の倍数である。

(3)　a，b，c を整数とするとき，$a^3+pb^3+p^2c^3-p^3abc=0$ ならば，$a=b=c=0$ である。

(4)　x，y，z を有理数とするとき，$x^3+py^3+p^2z^3-p^3xyz=0$ ならば，$x=y=z=0$ である。

【２】2008 聖マリアンナ医科大学

曲線C_1 ： $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ と，曲線C_2 ： $y=-mx^2+k\left(m>\dfrac{b}{2a^2},\ k>b\right)$ を考える。C_1 と C_2 が異なる 2 点 P，Q のみを共有点とし，かつ，2 点 P，Q でそれぞれ共通の接線をもつものとする。このとき，以下の設問に答えなさい。

［1］ k を a，b および m を用いて表すと，$k=\boxed{\ ①\ }$ となる。なお，計算の過程も含めて記載しなさい。

［2］ 原点を O とし，三角形 OPQ の面積を S とする。S を a，b および m を用いて表すと，$S=\boxed{\ ②\ }$ となる。

［3］ 前問の面積 S を m の関数と考えて $S=f(m)$ と表すとき，$f(m)$ の最大値と，最大値を与える m の値を求めなさい。なお，解答欄には計算の過程も含めて記載しなさい。

【解答１】<S215M14> 2016 聖マリアンナ医科大学 1/26, １次 医

収録なし

【解答２】<J215M14> 2008 聖マリアンナ医科大学 1/29, 第１次試験 医

［1］ $ma^2+\dfrac{b^2}{4ma^2}$，(過程省略)　　［2］ $\dfrac{b^2\sqrt{4m^2a^4-b^2}}{4m^2a^3}$

［3］ $m=\dfrac{b}{\sqrt{2}a^2}$ のとき最大値 $\dfrac{ab}{2}$，(過程省略)