

試験時間50分 解答は解答用紙に書いて、提出してください

- 1 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[10^n \pi]}{10^n}$ の値を求めよ。ただし、 $[x]$ は、実数 x に対して、 $m \leq x < m+1$ を満たす整数 m である。(答えだけで良い)

2 $f(x) = \frac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{x^2 - 6x + 8}$ で $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 6$ とすると、

$a = \overset{\text{ア}}{\square}$, $b = \overset{\text{イ}}{\square}$ である。

更に、 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -10$ とすると、

$c = \overset{\text{ウ}}{\square}$, $d = \overset{\text{エ}}{\square}$ である。

3 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sin 3x}$ を求めよ。

4 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + x - 1}{\sin x}$ を求めよ。

5 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin(\log(x+1) - \log x)$ を求めよ。ここで、対数は自然対数である。

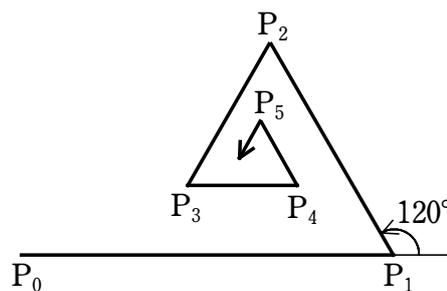
6 関数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \leq 1) \\ \frac{ax + b}{x + 1} & (x > 1) \end{cases}$ が $x = 1$ で微分可能であるとき、 a, b の値を求めよ。

7 直線 $y=x$ と放物線 $y=(x-n)^2$ で囲まれた図形の面積を S_n とする (n は自然数). このとき, $L=\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^\alpha}$ が存在して, かつ $L \neq 0$ となるのは $\alpha = \square$ のときである.

8 数列 $\{a_n(x)\}$ は $a_n(x) = \frac{\sin^{2n+1} x}{\sin^{2n} x + \cos^{2n} x}$ ($0 \leq x \leq \pi$) で定められたものとする.

- (1) この数列の極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n(x)$ を求めよ.
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n(x)$ を $A(x)$ とおくと, 関数 $y=A(x)$ のグラフを図示せよ.

9 座標平面上で, 動点 P が原点 $P_0(0, 0)$ を出発して, 点 $P_1(1, 0)$ へ動き, 更に, 図のように 120° ずつ向きを変えて $P_2, P_3, \dots, P_n, \dots$ と動くものとする. ただし, $P_n P_{n+1} = \alpha P_{n-1} P_n$ ($0 < \alpha < 1, n=1, 2, 3, \dots$) とする. このとき, 次の問いに答えよ.



- (1) P_0 から P_n まで動点 P がたどる道のりを l_n とするとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} l_n$ を求めよ.
- (2) $P_0, P_3, P_6, \dots, P_{3n}, \dots$ の近づく点の座標を求めよ.