図形と式（座標）

登場人物

点・直線・円・放物線など（他分野と融合されうる）

その関係

2 点間距離公式

内分・外分公式

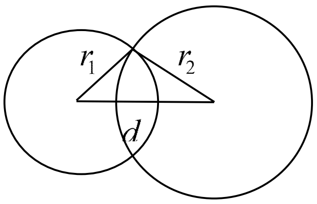
2 直線の平行・垂直

点と直線の距離公式

円と直線⇒d とrの関係

２つの円の位置関係⇒d, r_1, r_2 の関係

円と円の位置関係
⇒中心間距離と半径の和・差の大小比較
とくに，異なる２交点で交わるのは，



$$|r_1 - r_2| < d < r_1 + r_2$$

●曲線束

曲線束

２曲線$f(x, y) = 0,\ g(x, y) = 0$ に対して，

曲線$f(x, y) + k \times g(x, y) = 0$ はその交点を通る曲線を表す。

ただし，$g(x, y) = 0$ 自身は表すことができない。

（注）特に，円ー円＝共通弦

図形と式・チェックリスト（Ｉ）

○　二点間距離公式　＝　三平方の定理
○　内分・外分公式　＝　ベクトル利用
○　定点通過　＝　恒等式
○　点と直線の距離公式　←　法線ベクトルを用いて証明
○　円の接線　⇒　①点と直線の距離＝半径　②接線公式　（注）判別式はオススメしない

○　線対称　⇒　垂直　＆　二等分
○　三直線が三角形を作らない　＝　１点で交わる　，　平行二直線がある
○　二元連立一次方程式　の図形的意味　＝　二直線

$\begin{cases} ax+by=e \\ cx+dy=f \end{cases}$　①　１点で交わる　②　平行　③　一致

（空間二直線では，「ねじれの位置」も加わる）

○　外心の座標
①　$x^2+y^2+Ax+By+C=0$ に３点代入　，　②各辺の垂直二等分線の交点を求める
○　二直線のなす角
①　$\tan$ の加法定理　，　②　法線ベクトルのなす角
○　二直線のなす角の二等分線
①幾何：角の二等分線の性質　②三角比三角関数：　$\tan$ の加法定理
③座標：角の二等分線上の点は，二直線からの距離が等しい＝点と直線の距離公式利用
④ベクトル：ひし形の対角線が角を二等分することを利用
○　ロバの定理

○　円ひく円は共通弦
○　曲線束　：　下手な連立数うちゃ当たる
○　二円の共通接線　＝　相似で定点を見つけるとラク
○　極と極線　：
円 $x^2+y^2=r^2$ 外の点 A$\left(p,\ q\right)$ から円に引いた２接線の接点 P，Q を通る直線の方程式は，
$px+qy=r^2$　である。
○　$x,\ y$ の二次式が二直線を表す　⇒　判別式の判別式がゼロ

図形と式・チェックリスト（２）

○　積の領域　⇒　交互に塗る
○　アポロニウスの円　二点からの距離の比が一定⇒内分点と外分点を直径の両端とする円
○　軌跡の限界（変域）に注意

○　通過領域
　　①　逆手法　，　②　FAX の原理　，　③　包絡線

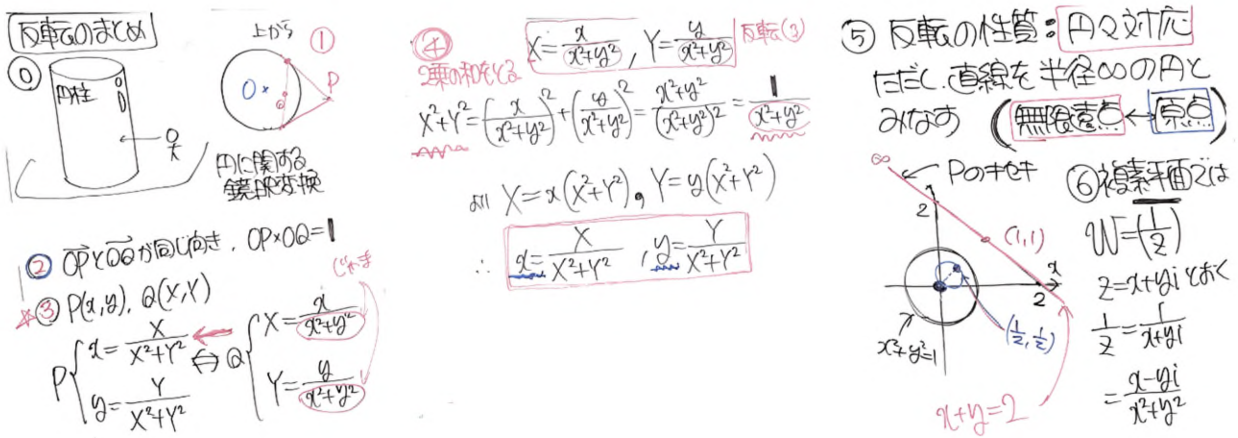
○　和と積の置き換え　⇒　隠れた実解条件に注意

○　直角ある所に直径あり

○　法線処理

○　反転

$$\begin{cases} X = \dfrac{x}{x^2+y^2} \\ Y = \dfrac{y}{x^2+y^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{X}{X^2+Y^2} \\ y = \dfrac{Y}{X^2+Y^2} \end{cases}$$



【補充問題】YAWARAKA 先生のテキストより 図形と方程式篇

標準問題

⑫9-標-1

2 直線$l:2x+y+3=0$，$m:4x+ay+5=0$を考える

（1）lとmが平行のとき，aの値を求めよ。

（2）lとmが垂直のとき，aの値を求めよ。

（3）lとmのなす角が$\dfrac{\pi}{4}$のとき，aの値を求めよ。

⑫9-標-2

座標平面上に定点 $\mathrm{A}\left(a, a\right)$がある。ただし，$a>0$とする。

（1）$y=2x$に関して点 A と対称となる点 B の座標を求めよ。

（2）$y=\dfrac{1}{2}x$に関して点 A と対称となる点 C の座標を求めよ。

（3）点 P は直線$y=2x$上に，点 Q は直線$y=\dfrac{1}{2}x$上にあり，3 点 A，P，Q は同一直線上にないとする。このとき，△APQ の周の長さを最小にする点 P と Q の座標を求めよ。

⑫9-標-3

円$(x-a)^2+y^2=\dfrac{1}{2}(a+1)^2$と放物線$y=x^2+ax+1$が直線$y=x$から等しい長さの線分を切り取るときの$a$の値を求めよ。

⑫9-標-4

円$(x-5)^2+y^2=1$と円$x^2+y^2=4$の共通接線をすべて求めよ。

⑫**9-標-5**

2 円 $x^2+y^2-2y=0,\ x^2-2x+y^2=4$ と点 $\mathrm{A}\left(4,\ 0\right)$ がある。

(1) 2 円が 2 点で交わることを示せ。

(2) 2 円の 2 交点と点 A を通る円の方程式を求めよ。

(3) 2 円の 2 交点を通る直線の方程式を求めよ。

⑫**9-標-6**

$x,\ y$ についての 2 次方程式 $2x^2+mxy-y^2+x+5y-6=0$ が 2 直線を表すように m の値を定め，そのときの 2 直線の方程式を求めよ。

⑫**9-標-7**

座標平面上の点 $\mathrm{P}\left(x,\ y\right)$ について，$x=\dfrac{2}{t^2+1},\ y=\dfrac{(t+1)^2}{t^2+1}$ が成り立つとする。t が $t\geq -1$ を満たす実数値をとって変化するとき，点 P の軌跡を求め，それを図示せよ。

⑫**9-標-8**

2 つの放物線 $y=(x+2)^2$ ……②，$y=-x^2+1$ ……②があり，放物線②上の点 P における接線が放物線②と相異なる 2 点 Q，R で交わるとする。点 P がこの条件を満たしながら放物線②上を動くとき，線分 QR の中点 M の軌跡を求め，それを図示せよ。

⑫**9-標-9**

原点 O と異なる点 P に対して，O を端点とする半直線 OP 上にあり，OP・OQ=1 を満たす点 Q を考える。点 P が直線 $3x+4y=1$ 上を動くとき，点 Q の軌跡を求めよ。

⑫**9-標-10**

放物線$y=2x^2$の頂点を O とし，放物線上に 2 点 A，B を∠AOB＝90° となるようにとる。O から AB への垂線の足の軌跡を求めよ。

⑫**9-標-11**

m を実数の定数とし，xy 平面上の 2 直線

$$l_1 : mx-y+2m=0 \quad l_2 : x+my-2=0$$

を考える。m がすべての実数値をとるとき，直線l_1と直線l_2との交点 P の描く軌跡を求めよ。

⑫**9-標-12**

点 P$\left(x, y\right)$が$\begin{cases} x^2+y^2>1 \\ x^2+y^2 \leq 2 \end{cases}$ を満たして動くとき，点 Q$\left(x+y, x-y\right)$ の描く図形を図示せよ。

⑫**9-標-13**

実数x, yが

$$x+y+2 \geq 0, \quad x^2+y^2-4 \leq 0$$

を満たすとき，$\dfrac{y+1}{x+3}$の最大値と最小値を求めよ。

⑫**9-標-14**

x, yが実数で，$2x^2+3xy+2y^2 \leq 1$をみたすとき，$x+y+xy$のとり得る値の範囲を求めよ。

⑫**9-標-15**

不等式 $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$x+3y \leqq 15$，$x+y \leqq 8$，$2x+y \leqq 10$ を満たす座標平面上の点 $(x,\ y)$ 全体からなる領域を D とする．

⑴　領域 D を図示せよ．

⑵　点 $(x,\ y)$ がこの領域 D 内を動くとき，$3x+2y$ の最大値を求めよ．

⑶　a を実数とする．点 $(x,\ y)$ が領域 D 内を動くとき，$ax+y$ の最大値を求めよ．

発展問題

⑫**9-発-1**

放物線$y=x^2$上に，直線$y=ax+1$に関して対称な位置にある異なる 2 点 P，Q が存在するようなaの範囲を求めよ。

⑫**9-発-2**

直線$y=mx+m^2$はmがどんな値でも，y軸に平行な軸をもつある放物線につねに接するという。

(1)　この放物線の方程式を求めよ。

(2)　$m\neq 0$のとき，直線$y=-\dfrac{1}{m}x+\dfrac{1}{m^2}$と上の直線との交点の軌跡を求めよ。

⑫**9-発-3**

長さlの線分が，その両端を放物線$y=x^2$の上にのせて動く。この線分の中点 M がx軸にもっとも近い場合の M の座標を求めよ。ただし，$l\geq 1$とする。

⑫**9-発-4**

放物線$y=x^2$上の点 P$\left(t,\,t^2\right)$において，放物線$y=x^2$と共通接線をもち，半径が$\sqrt{1+4t^2}$の円を考える。変数tが正の実数全体を動くとき，この円の中心の軌跡を求め，これを図示せよ。

⑫**9-発-5**

2 点 P$\left(x,\ y\right)$，Q$\left(X,\ Y\right)$の間に

$$X=\frac{x}{x^2+y^2},\ Y=-\frac{y}{x^2+y^2}$$

の関係がある。点 P が不等式

$$\left(4x+3y-5\right)\left(4x-3y+5\right)>0$$

で表される範囲を動くとき，点 Q の動く範囲を図示せよ。

⑫**9-発-6**

$x,\ y$が 2 つの不等式$x\leq 2y,\ y\leq -x^2+3x-\dfrac{1}{4}$を満たすとき，

$$\frac{x^2}{2x^2-2xy+y^2}$$

のとり得る値の最大値，最小値を求めよ。

⑫**9-発-7**

半径rの円は，連立不等式$\begin{cases} y\leq x^2 \\ y\geq -(x-6)^2 \end{cases}$の表す平面上の領域の中を自由に動かすことができる。rの最大値を求めよ。

⑫**9-発-8**

$\alpha,\ \beta$が$0\leq\alpha\leq\dfrac{\pi}{2},\ 0\leq\beta\leq\dfrac{\pi}{2}$を満たして変化するとき，

$$\begin{cases} x=\sin\alpha+\sin\beta \\ y=\cos\alpha-\cos^2\beta \end{cases}$$

で定まる点$\left(x,\ y\right)$の存在範囲を図示せよ。

⑫9-発-9

t が $0 \leq t \leq 1$ の範囲を動くとき，直線 $y = 2tx - t^2$ が通り得る範囲を求め，図示せよ。

⑫9-発-10

t が $0 \leq t \leq 1$ の範囲を動くとき，直線 $y = 3\left(t^2 - 1\right)x - 2t^3$ が通り得る範囲を求め，図示せよ。

⑫9-発-11

実数 x，y が $x^2 + y^2 \leqq 1$ を満たしながら変化するとする。

(1)　$s = x + y$，$t = xy$ とするとき，点 (s, t) の動く範囲を st 平面上に図示せよ。

(2)　負でない定数 m をとるとき，$xy + m(x + y)$ の最大値，最小値を m を用いて表せ。

SoyPaste 指数関数

SP⑫9-1 (r4-1) ○

座標平面上の３点 $P(2,\ 1)$, $Q\left(-\frac{2}{5},\ -\frac{11}{5}\right)$, $O(0,\ 0)$ を通る円を C_1 とする．

(1) 円 C_1 の方程式を求めよ．

(2) 円 C_1 に内接する正三角形の面積を求めよ．

(3) 円 $C_2 : x^2+y^2=5$ の円周上を動く点 M に対して，３点 M，P，Q が三角形を作るとする．このとき，三角形 MPQ の重心 G の軌跡を求めよ．

SP⑫9-2 (r7-2) ○

どんな a の値に対してもつねにある定点を通る直線 $(3a-2)x+(a-2)y-a+1=0$ がある．この直線が第２象限を通らないためには，定数 a はどんな範囲にあればよいか．

SP⑫9-3 (r9-1)

円 $x^2+y^2-6x+4y=2$ が直線 $y=x-3$ によって切り取られる弦の長さを求めよ．

SP⑫9-4 (r9-2) ○

３つの実数 x，y，z が，条件 $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$z \geqq 0$，$x+y+z=1$ を満たしながら変化するとき，$x-2y+4z$ の最大値を求めよ．

SP⑫9-5 (r14-1) ○

座標平面上に３直線 $l_1 : 2x+y+7=0$，$l_2 : 2x-y+1=0$，$l_3 : x+2y-12=0$ がある．

(1) ３直線 l_1，l_2，l_3 で囲まれる三角形の内接円の中心の座標，および，半径を求めよ．

(2) ３直線 l_1，l_2，l_3 に接する円のうちで，半径が最大となる円の中心の座標を求めよ．また，その半径を求めよ．

SP⑫9-6 (r16-1)　○

a を定数とする．2つの放物線

$$C_1 : y = -x^2, \quad C_2 : y = 3(x-1)^2 + a$$

について，次の問に答えよ．

(1) C_1，C_2 の両方に接する直線が2本存在するための a の条件を求めよ．

(2) C_1，C_2 の両方に接する2本の直線が，直交するときの a の値を求めよ．

(3) C_1，C_2 の両方に接する2本の接線が，$\dfrac{\pi}{4}$ の角度で交わるときの a の値を求めよ．

SP⑫9-7 (r20-2)　○

放物線 $C_1 : y = \dfrac{1}{2}x^2$ と円 $C_2 : (x-8)^2 + (y+1)^2 = 1$ が与えられている．放物線 C_1 上の動点をP，円 C_2 上の動点をQとする．

(1) 距離 $\overline{\mathrm{PQ}}$ の最小値を求めよ．

(2) (1) を満たす点Qの座標を求めよ．

SP⑫9-8 (r22-2)　○

xy 平面において，2点 A(0, 2)，B(1, 2) とする．また，原点Oを中心とする半径1の円を C とする．

(1) 動点Pが線分AB(両端の点を含む) 上を動き，動点Qが円 C 上を動くとき，線分PQの中点Rが存在する範囲の面積を求めよ．

(2) (1) で定まるRが存在する範囲と円 C との共通部分のうち，その x 座標が最大となる点の座標を求めよ．

SP⑫9-9 (j4-4)　○

xy 平面上に，放物線 $C : y = x^2 - 2x - 6$ と直線 $l : y = x - 2$ がある．C と l の2つの交点の x 座標の小さい方から順にA，Bとする．C 上の点PがAからBまで動くとき，三角形APBの重心Gの軌跡を求めよ．

SP⑫9-10 (s4-2)　○

xy 平面上の原点を O とする．xy 平面上の O と異なる点 P に対して，直線 OP 上の点 Q を，次の条件 (a)，(b) を満たすようにとる．

(a)　$\mathrm{OP} \cdot \mathrm{OQ} = 4$

(b)　Q は O に関して P と同じ側にある．

(1)　P，Q の座標をそれぞれ $(x,\ y)$，$(X,\ Y)$ とするとき，x と y をそれぞれ X と Y を用いて表せ．

(2)　点 P が円 $(x-2)^2+y^2=1$ 上を動くとき，点 Q の軌跡を求めよ．

SP⑫9-11 (s5-4)　○

xy 平面上に円 $C : x^2+(y+2)^2=4$ がある．中心 $(a,\ 0)$，半径 1 の円を D とする．C と D が異なる 2 点で交わるとき，次の問に答えよ．

(1)　a のとり得る値の範囲を求めよ．

(2)　a が (1) で求めた範囲を変化するとき，C と D の 2 つの交点を通る直線が通過する領域を図示せよ．

SP⑫9-12 (s6-4)

(1)　点 $(3,\ 3)$ における円 $x^2+y^2-4x-2y=0$ の接線の方程式を求めよ．

(2)　次の連立不等式の表す領域を図示せよ．

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}(2x-3) \geqq \log_{\frac{1}{2}} y \\ \log_2(x^2+y^2-4x-2y+5) \leqq \log_2 5 \end{cases}$$

(3)　a を正の定数とする．点 $(x,\ y)$ が (2) で求めた領域を動くとき，$ax+y$ の最大値が 4 になるように a の値を定めよ．

SP⑫9-13 (j7-4)　△

曲線 $y=x^2\ (x>0)$ を C_1 とする．この C_1 と x 軸の両方に接し，半径が $\dfrac{1}{2}$ の円を C_2 とする．

(1)　C_2 の方程式を求めよ．

(2)　C_2 の外部において，C_1 と C_2 と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ．

SP⑫9-14 (j9-2)　○

正の実数 t に対して方程式

$$x^2+y^2-2tx-4ty+4t^2=0$$

で表される円を C_t とする．t がどのような正の値でも C_t と接する直線の方程式を求めよ．

SP⑫9-15 (s9-2)　○

a は 0 でない実数とする．放物線 $C:y=x^2$ 上の点 $(a,\ a^2)$ を A とし，点 A における C の接線を l とする．また，x 軸上の点 $(a,\ 0)$ の l に関して対称な点を B とし，2 点 A，B を通る直線を m とする．

このとき，直線 m が a の値によらず，必ず通過する点の座標を求めよ．

SP⑫9-16 (s10-2)　△

円 $C_1:x^2+y^2=1$ と円 $C_2:(x-2)^2+(y-4)^2=5$ とに点 P から接線を引く．P から C_1 の接点までの距離と C_2 の接点までの距離の比が $1:2$ にあるとする．このとき，P の軌跡を求めよ．

SP⑫9-17 (j11-2)　○

$y=|x-2|-|x|+|x+2|$ のグラフと 3 点で接する円の中心の座標および半径を求めよ．

SP⑫9-18 (j11-4)　○

曲線 $y=x^2$ の点 $\mathrm{P}(a,\ a^2)$ における接線と点 $\mathrm{Q}(b,\ b^2)$ における接線が点 R で交わるとする．ただし，$a<0<b$ とする．

(1)　点 R の座標および三角形 PRQ の面積を求めよ．

(2)　線分 PR と線分 QR を 2 辺とする平行四辺形を PRQS とする．折れ線 PSQ と曲線 $y=x^2$ で囲まれた図形の面積を求めよ．

(3)　$\angle\mathrm{PRQ}=90^\circ$ を満たしながら P と Q が動くとき，(2) で求めた面積の最小値を求めよ．

SP⑫9-19 (s11-3)　△

面積が 1 である三角形 OAB の辺 OA 上に点 M，辺 OB 上に点 N をとり，線分 AN と線分 BM の交点を P として三角形 PMN の面積について考える．三角形 OMN の面積が $\frac{1}{3}$ のとき，$\frac{\mathrm{OM}}{\mathrm{OA}} = s$ とする．

(1) 三角形 PMN の面積を s を用いて表せ．

(2) 三角形 OMN の面積が $\frac{1}{3}$ という条件を満たしながら，M，N が動くとき，三角形 PMN の面積が最大となる s の値を求めよ．

SP⑫9-20 (j14-2)　○

原点 O を通る直線が円 $(x-4)^2+y^2=4$ と異なる 2 点 P，Q で交わるとき，線分 PQ の中点 M の描く曲線の長さを求めよ．

SP⑫9-21 (s17-1)　△

x 軸の正の部分を動く点 P$(t,\ 0)$ $(t>0)$ と 2 点 A$(0,\ 3)$，B$(0,\ 7)$ がある．

(1) 3 点 A，B，P を通る円の中心の座標を t を用いて表せ．

(2) 2 点 A，B を通り，x 軸の正の部分に接する円の方程式を求めよ．

(3) ∠APB の大きさを最大にする点 P の x 座標を求めよ．

SP⑫9-22 (j18-2)　△

xy 平面上の原点と点 $(1,\ 2)$ を結ぶ線分 (両端を含む) を L とする．曲線 $y=x^2+ax+b$ が L と共有点をもつような実数の組 $(a,\ b)$ の集合を ab 平面上に図示せよ．

SP⑫9-23 (j21-2)　○

k は正の実数とする。点 $(3k, 4k)$ を中心とする半径 $5k+1$ の円を C_k とする。

(1) 円 C_k が原点を通るか答えよ。

(2) k がすべての正の実数値をとって変化するとき，円 C_k の動く範囲を求め，座標平面上に図示せよ。

SP⑫9-24(j25-5)

座標平面上に，原点を中心とする半径１の円 C と，C に外接し各辺が x 軸または y 軸に平行な正方形 T がある．

C 上の点 $(\cos\theta,\ \sin\theta)$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ における接線と T の隣接する２辺がなす三角形を K とする．

(1)　K の３辺の長さの和は $\boxed{\textbf{(1)}}$ である．

(2)　K の面積は $\theta=\boxed{\textbf{(2)}}$ のとき，最大値 $\boxed{\textbf{(3)}}$ をとる．

SP⑫9-25(s25-1)

実数 t に対して２点 $\mathrm{P}(t,\ t^2)$，$\mathrm{Q}(t+1,\ (t+1)^2)$ を考える．t が $-1\leqq t\leqq 0$ の範囲を動くとき，線分 PQ が通過してできる図形を図示し，その面積を求めよ．

SP⑫9-26 (j30-1)

２円 $x^2+y^2-24x-10y+44=0$，$x^2+y^2-4x+10y+4=0$ の２つの交点を P，Q とするとき，線分 PQ の長さを求めよ．

SP⑫9-27 (s30-1)

a，t を実数とするとき，座標平面において，

$$x^2+y^2-4-t(2x+2y-a)=0$$

で定義される図形 C を考える．

(1)　すべての t に対して C が円であるような a の範囲を求めよ．ただし，点は円と見なさないものとする．

(2)　$a=4$ とする．t が $t>0$ の範囲を動くとき，C が通過してできる領域を求め，図示せよ．

SP⑫9-28 (s31-1)　△

2つの曲線

$$y=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2},\qquad x=\frac{1}{4}y^2-1$$

について，次の問に答えよ．

(1)　2曲線の交点の座標を求めよ．

(2)　(1) で求めた交点において，2曲線の接線のなす角 θ を求めよ．

　ただし，θ は $0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ とする．

SP⑫9-29 (j34-5)　△

実数 t に対して，$f(t)=\dfrac{t+|t|}{2}$ とする．このとき，座標平面において

$$\frac{1}{4}x^2-1\leqq y\leqq f(2-x^2)$$

が表す領域を図示し，その面積を求めよ．

SP⑫9-30 (j37-4)　☆

a，b，m を正の実数とする．xy 平面上の点 A$(a,\ 0)$ から直線 $y=mx$ へ下ろした垂線の足を A$'$ とし，x 軸に関して A$'$ と対称な点を P とする．また，点 B$(0,\ b)$ から直線 $y=mx$ へ下ろした垂線の足を B$'$ とし，y 軸に関して B$'$ と対称な点を Q とする．

(1)　点 P，Q のそれぞれの座標を求めよ．

(2)　線分 PQ を 2 : 1 に内分する点を R とするとき，R の座標を求めよ．

(3)　m の値がすべての正の実数を変化するとき，R の軌跡を求め，それを図示せよ．

SP⑫9-31 (j38-2)　△

点 A$(1,\ 7)$ から出た光線が，y 軸に反射し，さらに，直線 $y=2x$ に点 P で反射して，点 A に戻った．点 P の座標を求めよ．

SP⑫9-32 (j38-3)

点 A$(0,\ a)$ を中心とする円と，曲線 $y=\dfrac{1}{x}$ $(x>0)$ は 1 点 B$\left(b,\ \dfrac{1}{b}\right)$ のみを共有する．

(1)　a を b を用いて表せ．

(2)　点 A が y 軸上を動くとき，線分 AB の中点 M の軌跡を求めよ．

SP⑫9-33 (j39-1)　△

不等式 $x^2+y^2 \leqq 2(|x|+|y|)$ の表す領域を A とする。また，不等式 $|x|+|y| \leqq k$ の表す領域を B とする。ただし，$k>0$ とする。

(1) xy 平面で領域 A を図示せよ。また，A の面積を図示せよ。

(2) $k=2$ のとき，領域 B を図示せよ。

(3) $A \subset B$ となる k の最小値を求めよ。

(4) $A \supset B$ となる k の最大値を求めよ。

SP⑫9-34 (s39-2)

a を正の実数とする．点 $(x,\ y)$ が，不等式 $x^2 \leqq y \leqq x$ の定める領域を動くとき，つねに $\dfrac{1}{2} \leqq (x-a)^2+y \leqq 2$ となる．a の値の範囲を求めよ．

SP⑫9-35 (s39-4)

$t>0$ を実数とする．座標平面において，3 点 $\mathrm{A}(-2,\ 0)$，$\mathrm{B}(2,\ 0)$，$\mathrm{P}(t,\ \sqrt{3}t)$ を頂点とする三角形 ABP を考える．

(1) 三角形 ABP が鋭角三角形となるような t の範囲を求めよ．

(2) 三角形 ABP の垂心の座標を求めよ．

(3) 辺 AB，BP，PA の中点をそれぞれ M，Q，R とおく．t が (1) で求めた範囲を動くとき，三角形 ABP を線分 MQ，QR，RM で折り曲げてできる四面体の体積の最大値と，そのときの t の値を求めよ．

SP⑫9-36 (j42-4)

O を原点とする xy 平面において，直線 $y=1$ の $x \geqq 1$ を満たす部分を l とする．

(1) l 上に点 $\mathrm{A}(t,\ 1)$ をとるとき，線分 OA の垂直二等分線 m の方程式を求めよ．

(2) 点 A が l 全体を動くとき，m が通過する範囲を求め，図示せよ．

SP⑫9-37 (s42-4)

xy 平面上に放物線 C : $y=x^2$ がある．C 上の 2 点 P，Q が $\mathrm{PQ}=2$ を満たしながら動くとき，線分 PQ の中点の軌跡を D とする．

(1) D の方程式を求めよ．

(2) C，D，y 軸および直線 $x=\dfrac{1}{2}$ で囲まれた図形の面積を求めよ．

SP⑫9-38 (j43-1)

半円 $x^2+y^2=1$，$y \geqq 0$ がある．この円周上に相異なる 2 点 P，Q をとり，弦 PQ に沿って折り返したとき，円弧 PQ が点 R(r，0) ($-1 \leqq r \leqq 1$) で x 軸と接するようにする．

(1) 折り返した円弧が円周の一部となる円の方程式を求めよ．

(2) 直線 PQ の方程式を求めよ．

(3) 弦 PQ の長さを r を用いて表せ．

(4) このような弦 PQ が存在する範囲を求め，図示せよ．

SP⑫9-39 (s43-2)　○

k を実数とするとき，2 つの直線

$$l : (k+1)x+(1-k)y+k-1=0$$

$$m : kx+y+1=0$$

について，次の問に答えよ．

(1) k の値によらず l はある定点を通ることを示せ．

(2) l と m のなす角のうち鋭角を θ とするとき，$\cos\theta$ を求めよ．

(3) k がすべての実数をとるとき，l と m の交点の軌跡を求めよ．

SP⑫9-40 (j14-2)

座標平面上に３点 A$(-6,\ 0)$，B$(0,\ -8)$，C$(15,\ 28)$ がある．

このとき，直線 AB，AC の方程式はそれぞれ，

$$y = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}x - 8,\quad y = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}x + \boxed{\text{カ}}$$

であり，三角形 ABC の面積は $\boxed{\text{キクケ}}$ である．

さらに，AB $= \boxed{\text{コサ}}$，BC $= \boxed{\text{シス}}$，CA $= \boxed{\text{セソ}}$ であるから，三角形 ABC の内接円の半径は $\boxed{\text{タ}}$ である．

また，三角形 ABC の内接円の中心の座標は，

$$\left(\boxed{\text{チツ}},\ \boxed{\text{テ}}\right)$$

であるから，∠ABC の二等分線の方程式は，

$$y = \boxed{\text{トナ}}x - 8$$

である．