金沢医科大｜医学部｜数学　良問悪問セレクション

【１】<K068M12> 2009 金沢医科大学 1/22,一般(第１次) 医

(2)

一辺の長さが 6 の正三角形 ABC がある。この正三角形の内部に 2 つの点 P，Q を取り，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ を考える。点 P から辺 AB，BC，CA に垂線を引き，その交点をそれぞれ I，J，K とする。同様に，点 Q から辺 AB，BC，CA に垂線を引き，その交点をそれぞれ L，M，N とする。$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ は $\alpha\overrightarrow{\mathrm{BA}}+\beta\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ のように，実数 α，β を使って表される。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{IL}}=\left(\alpha+\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}\beta\right)\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ となる。同様に，$\overrightarrow{\mathrm{JM}}=\left(\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\alpha+\beta\right)\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ となる。したがって，3 個のベクトル $\overrightarrow{\mathrm{IL}}$，$\overrightarrow{\mathrm{JM}}$，$\overrightarrow{\mathrm{KN}}$ の和は $\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ と一致する。

(3)

座標空間の 3 点 A(12，0，0)，B(0，12，0)，C(0，0，12) を頂点とする正三角形 ABC がある。この三角形上にあり，各座標が正の整数である点すべてに対して，x 座標の値の和を求めると $\boxed{\text{フヘホ}}$ となる。

(4)

三角形 ABC において，$\mathrm{BC}=9$，$\mathrm{CA}=12$，$\angle\mathrm{C}=4\theta$ とする。辺 AB 上に点 P を取り，$\angle\mathrm{ACP}=\theta$，$\mathrm{CP}=x$ とする。このとき，x は θ で表わされて，$\displaystyle\lim_{\theta\to 0}x=\frac{\boxed{\text{マミム}}}{\boxed{\text{メモ}}}$ となる。

【２】<J068M11> 2008 金沢医科大学 1/24,第１次試験 医

(3)　$0° \leqq x$， $y < 360°$ の範囲で，連立方程式

$$\begin{cases} \cos x + 3\sin y = 2\sqrt{3} \\ \sin x + 3\cos y = 2 \end{cases}$$

を満たす x の値は $\boxed{\text{ツテ}}$° であり，y の値は $\boxed{\text{トナ}}$° である。

(4)　原点 O を中心とする半径 1 の円 C がある。いま，点 A$(-4,\ 0)$ を通り，傾きが正の直線 l_1 が C に接する点を P とする。また，点 B$(2,\ 0)$ を通り，傾きが負の直線 l_2 が点 Q で C に接している。このとき，

$$\cos\angle\mathrm{POQ} = \frac{\boxed{\text{ニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}-1}{\boxed{\text{ネ}}}$$

である。また，l_1 と l_2 の交点を R とするとき，三角形 OPR の外接円の直径は $3\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}-\sqrt{\boxed{\text{ハヒ}}}$ である。

【３】<H068M11> 2007 金沢医科大学 1/16,第１次試験 医

$n \geqq 3$を自然数とし，単位円周上にn個の点をとり，それらを結んでn角形を作る。そのn個の内角の大きさをa_1，a_2，…，a_nとし，これらがこの順に公差が正の等差数列をなしているとする。このとき$a_1 = 135°$とすれば，nの取りうる値の範囲は$\boxed{\text{ア}} \leqq n \leqq \boxed{\text{イウ}}$となる。このとき，$n = \boxed{\text{イウ}}$ならば$a_n = \boxed{\text{エオカ}}$°である。

【４】<G068M12> 2006 金沢医科大学 1/25,第１次,本学･地方 医学部

次の文章で答えが分数となる場合は既約分数で答えなさい。

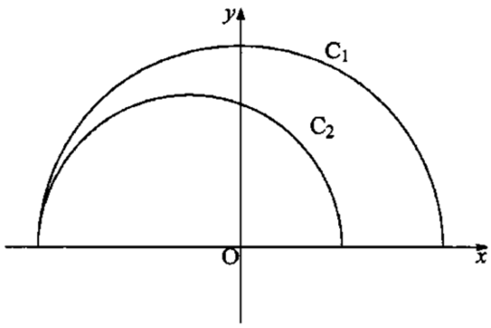
２. 実数a, bに対して, xの3次方程式$x^3-(a+1)x^2+(a^2-2a-21)x-b=0$が3重解を持つような$(a\ ,\ b)$の組は2つあり，一方は$(-\boxed{\text{ケ}}\ ,\ -\boxed{\text{コ}})$であり，他方は$(\boxed{\text{サ}}\ ,\ \boxed{\text{シス}})$である。

４. 次図のように，原点を中心とする半径4の半円$\mathrm{C_1}$と点$(-1\ ,\ 0)$を中心とする半径3の半円$\mathrm{C_2}$がある。このとき，$\mathrm{C_1}$と$\mathrm{C_2}$の両方に接していて，かつx軸にも接する円$\mathrm{C_3}$の中心の座標を$(a\ ,\ b)$とすると，

$$\sqrt{a^2+b^2}+b=\boxed{\text{ナ}}\ ,\quad \sqrt{(a+1)^2+b^2}-b=\boxed{\text{ニ}}$$

である。これらの式から，aは$7a^2+\boxed{\text{ヌ}}\,a-80=0$を満たす。したがって，$\mathrm{C_3}$の中心の座標は

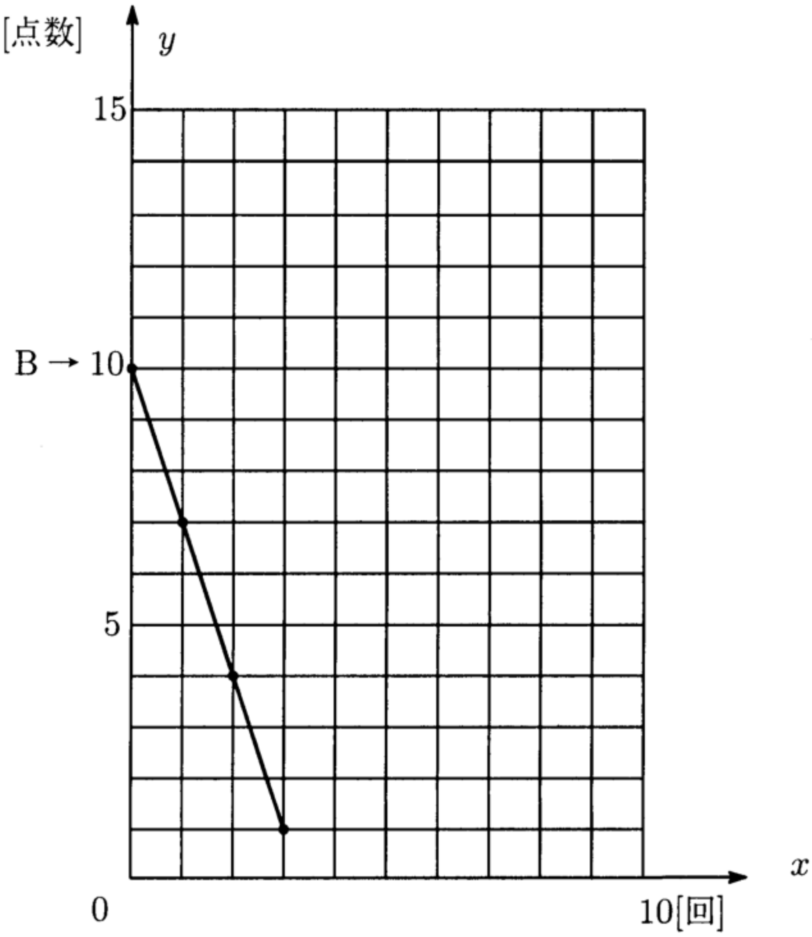
$\left(\dfrac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}\ ,\ \dfrac{\boxed{\text{ヒフ}}}{\boxed{\text{ヘホ}}}\right)$となる。



【５】<F068M11> 2005 金沢医科大学 1/13,第１次試験,本学・地方 医学部

AとBの2人があるゲームを何回か繰り返して行うとする。このゲームには引き分けはなく，Aの勝つ確率は$\dfrac{1}{2}$である。A，Bは初めに10点ずつ持っている。1回のゲームでAが勝てばBから3点をもらい，Aが負ければBがAから1点をもらうことにする。AあるいはBの持ち点が0，1または2になったとき，ゲームは終了するものとする。以下に現れる確率はすべて既約分数で答えなさい。

１． このゲームの回数をx軸に，Bの持ち点をy軸にとり，次図のグラフでゲームの経過を表わそう。このゲームをある回数だけするとき，m，nでそれぞれBが勝つ回数と負ける回数を表すと，A，Bの持ち点はそれぞれ$10-m+3n$および$10+m-3n$となる。そこで，Aの持ち点が2以下になる最小のゲームの回数は$\boxed{\quad ア \quad}$であり，$\boxed{\quad ア \quad}$回未満でゲームが終了するのはBの持ち点が2以下になる場合である。しかも，2回以下の回数でゲームが終了することはない。実際，$10+m-3n \leqq 2$から，$8 \leqq 8+m \leqq 3n$となる。そこで，$3 \leqq n$となるので，Bの持ち点が2以下になるのは3回以上ゲームをしたときである。



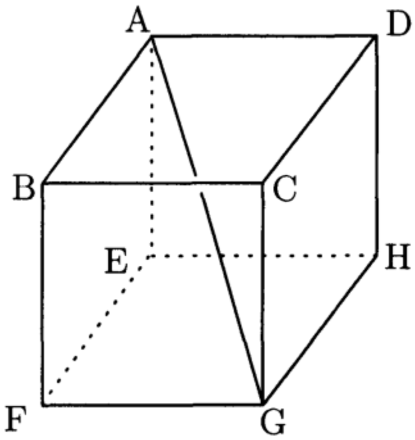
２． まず，ちょうど 3 回でゲームが終了する確率を求める。このとき，前図で B が点(0，10) から出発して，点(1，7)，(2，4) を通って，(3，1) でゲームが終了する場合のみが該当する。そこで，その確率は $\dfrac{1}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

３． つぎに，ちょうど 4 回でゲームが終了する確率を求めよう。このときは $m = \boxed{\text{ウ}}$ となり，終了する場合の数は $\boxed{\text{エ}}$ であるから，その確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。さらに，ちょうど 5 回でゲームが終了する確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。

４． もしも，A の勝つ確率が $\dfrac{1}{2}$ ではなく $\dfrac{1}{3}$ であれば，ちょうど 6 回でゲームが終了する確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサシ}}}$ である。

【６】<F068M12> 2005 金沢医科大学 1/13,第１次試験,本学･地方 医学部

図のような一辺の長さが$a>0$の立方体がある。この立方体をAGを軸として回転する。静止(0°の回転)以外で元の立方体に重なるときの最小の回転の角度を求めよう。この最小の角度の回転で点D，E，Bがそれぞれ点E，B，Dの位置にきたとする。ここで，EとDからAGに垂線を引くと，その足は一致する。その足をMとすると，EMの長さは$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{3}a$である。



一方，$\overrightarrow{\mathrm{EA}}=\overrightarrow{\mathrm{EM}}+\overrightarrow{\mathrm{MA}}$と$\overrightarrow{\mathrm{DA}}=\overrightarrow{\mathrm{DM}}+\overrightarrow{\mathrm{MA}}$の内積を考えると，$\overrightarrow{\mathrm{EA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DA}}=\boxed{\text{イ}}$であるから，$\overrightarrow{\mathrm{EM}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{DM}}=-\dfrac{a^2}{\boxed{\text{ウ}}}$と求められる。ところで，$\overrightarrow{\mathrm{EM}}$と$\overrightarrow{\mathrm{DM}}$のなす角を$\alpha$とすれば，$\cos\alpha=-\dfrac{1}{\boxed{\text{エ}}}$となり，求める角度は$\boxed{\text{オカキ}}^\circ$であることがわかる。

【７】<F068M13> 2005 金沢医科大学 1/13, 第１次試験, 本学・地方 医学部

0 でない定数 a に対して，2 つの放物線 C_1 : $y=x^2$ および C_2 : $y=-x^2+ax-a$ を考える。

1．　C_1 と C_2 が接するとき，a の値は $\boxed{\text{ア}}$ である。このとき，その接点の x 座標は $\boxed{\text{イ}}$ であり，C_1 と C_2 と y 軸で囲まれた部分の面積を求めると $\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{3}$ となる。

2．　C_1 と C_2 が相異なる 2 点で交わるとき，a の値の範囲は $a<\boxed{\text{オ}}$ または $a>\boxed{\text{カ}}$ である。このとき，その 2 つの交点で C_1 と C_2 に引いた 4 本の接線で囲まれた四角形が長方形になるのは

$a=-\dfrac{1}{\boxed{\text{キ}}}$ のときである。

【８】<F068M14> 2005 金沢医科大学 1/13, 第 1 次試験, 本学･地方 医学部

原点を中心とした半径 1 の半円：$x^2+y^2=1$， $y>0$ 上を点P が動いている。2 点 A$(-1,\ 0)$， B$(1,\ 0)$ に対して，三角形PAB の内接円の中心を Q$(u\ ,\ v)$ とする。このとき，点Q の動く図形を求めよう。

PA $=s$，PB $=t$ とし，三角形PAB の内接円と辺AB，BP，PA の接する点をそれぞれ C，D，E とする。四角形PEQD に注目すると，AC $=s-\boxed{\text{ア}}$，BC $=t-\boxed{\text{ア}}$ である。この 2 つの和が $\boxed{\text{イ}}$ であることから，$\boxed{\text{ア}}=\dfrac{1}{\boxed{\text{ウ}}}(s+t-\boxed{\text{イ}})$ となる。

一方，AC $=1+\boxed{\text{エ}}$，BC $=1-\boxed{\text{エ}}$ なので，$s=1+u+\boxed{\text{オ}}$，$t=1-u+\boxed{\text{オ}}$ であるから，

$$u^2+(\boxed{\text{カ}})^2=\boxed{\text{キ}}$$

となる。したがって，点Q は半径が $\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ で中心が $(0\ ,\ -\boxed{\text{ク}})$ の円周上にある。

ただし，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{カ}}$ に適するものは，つぎのうちから 1 つ選びなさい。

⓪ $s-1$	① s	② t	③ $t+1$
④ $u-1$	⑤ u	⑥ $u+1$	⑦ $v-1$
⑧ v	⑨ $v+1$		

【９】<E068M13> 2004 金沢医科大学 1/13,第１次試験,本学･地方 医学部

図１は一辺の長さが 8 の正四面体である。この正四面体から，すべての辺の中点を結んでできる正八面体の部分を取り除いたものが図２である。このとき，一辺の長さが 4 の正四面体が 4 個できる。さらに，この 4 個の正四面体の各々について，同じ操作を行うと図３ができる。図１の図形をV_1，図２の図形をV_2とし，以下同様にしてできる図形をV_n $(n=3,\ 4,\ 5,\ \cdots)$とする。

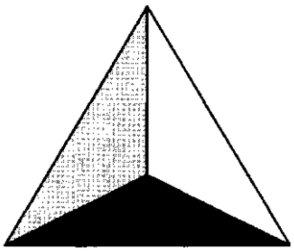


図１

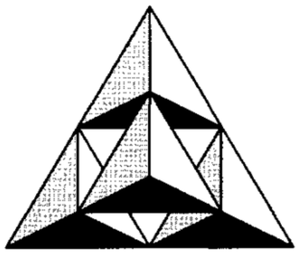


図２

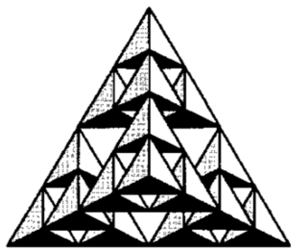


図３

このとき，V_n の表面積は n によらず一定の値 $\boxed{\text{アイ}}\sqrt{3}$ である。一方，その体積を a_n とすると

$a_1=\dfrac{\boxed{\text{ウエオ}}\sqrt{2}}{3}$，$a_2=\dfrac{a_1}{\boxed{\text{カ}}}$，$a_3=\dfrac{a_1}{\boxed{\text{キ}}}$ である。したがって，$a_n=\dfrac{\sqrt{2}}{3\cdot 2^{\boxed{\text{ク}}}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{ク}}$ に適するものは，次の①～⑤のうちから 1 つ選びなさい。

① $n-8$　② $n-7$　③ $n-2$　④ $n-1$　⑤ $n+2$

【１０】<D068M11> 2003 金沢医科大学 1/13,第１次試験,本学･地方 医学部

以下の文章の空欄を埋めよ。

１．0 でない実数 x，y，z が $y+\dfrac{1}{z}=z+\dfrac{1}{x}=1$ を満たすとき，x と y をそれぞれ z で表すと，$x=\dfrac{1}{\boxed{\ (1)\ }-z}$，$y=\dfrac{z-1}{\boxed{\ (2)\ }}$ である。よって，$x+\dfrac{1}{y}$ の値は $\boxed{\ (3)\ }$ となり，xyz の値は $\boxed{\ (4)\ }$ となる。

２．数直線上を座標が 8 の点 A から出発して運動する点 P がある。出発してから x 秒後の P の座標を $f(x)$ とし，その速度 $f'(x)$ は $6x(x-2)$ であるとする。このとき，$f(x)$ を x で表すと $\boxed{\ (5)\ }$ となる。また，P が A から原点まで移動するのに要する時間は $\boxed{\ (6)\ }$ 秒となり，その後原点から A に戻るのに要する時間は $\boxed{\ (7)\ }$ 秒となる。

【解答１】<K068M12> 2009 金沢医科大学 1/22,一般(第１次) 医

(1)	2			
(2)	ニ　1	ヌ　2	ネ　1	ノ　2
	ハ　3	ヒ　2		
(3)	220			
(4)	マミム　144	メモ　13		

【解答２】<J068M11> 2008 金沢医科大学 1/24,第１次試験 医

(1)	ア　3	イ　1	ウ　2	エ　1
	オ　3	カ　6	キ　1	ク　2
(2)	ケ　1	コ　4	サ　5	シ　2
	ス　7	セ　6	ソタチ　180	
(3)	ツテ　30	トナ　60		
(4)	ニ　3	ヌ　5	ネ　8	ノ　2
	ハヒ　10			

【解答３】<H068M11> 2007 金沢医科大学 1/16,第１次試験 医

(収録なし)

【解答４】<G068M12> 2006 金沢医科大学 1/25,第１次,本学･地方 医学部

1	キ　3	ク　2		
2	ケ　4	コ　1	サ　8	シス　27
3	セ　3	$\frac{\text{ソタ}}{\text{チツ}}$　$\frac{27}{64}$	テ　9	ト　8
4	ナ　4	ニ　3	ヌ　8	$\frac{\text{ネノ}}{\text{ハ}}$　$\frac{20}{7}$
	$\frac{\text{ヒフ}}{\text{ヘホ}}$　$\frac{48}{49}$			
5	$\frac{\text{マミ}}{\text{ムメ}}$　$\frac{23}{40}$	モ　5		

【解答５】<F068M11> 2005 金沢医科大学 1/13,第１次試験,本学･地方 医学部

1	ア　8			
2	イ　8			
3	ウ　1	エ　3	オ　3	カキ　16
	ク　0			
4	ケ　8	コサシ　243		

【解答６】<F068M12> 2005 金沢医科大学 1/13,第１次試験,本学･地方 医学部

ア　6　　イ　0　　ウ　3　　エ　2

オカキ　120

【解答７】<F068M13> 2005 金沢医科大学 1/13,第１次試験,本学･地方 医学部

１　ア　8　　イ　2　　ウエ　16

２　オ　0　　カ　8　　キ　2

【解答８】<F068M14> 2005 金沢医科大学 1/13,第１次試験,本学･地方 医学部

ア　⑧　　イ　2　　ウ　2　　エ　⑤

オ　⑧　　カ　⑨　　キ　2　　ク　1

【解答９】<E068M13> 2004 金沢医科大学 1/13,第１次試験,本学･地方 医学部

アイ　64　　ウエオ　128　　カ　2　　キ　4

ク　①

【解答１０】<D068M11> 2003 金沢医科大学 1/13,第１次試験,本学･地方 医学部

１　(1)　1　　(2)　z　　(3)　1　　(4)　-1

２　(5)　$2x^3-6x^2+8$　(6)　2　　(7)　3