昭和大学医学部　　　　　数学　傾向分析

●問題傾向

試験時間（　英語と合わせて 140　）分

問題形式　（　答えのみ＋記述　）　大問４問（２～３の枝問に分かれる）

記述問題は，2016 年一期を最後に出題されていない

難易度（　標準～やや難，量が多い　）　ただし 2018 年 I 期は変化（？）

特徴

（１）n の入った確率の問題が定番。ただし 2018 年以降は出題されていない。

（２）ベクトルの問題は典型問題が多い。（近年はやや難化）

（３）対称性が生かせる問題が多い。（近年減少）

（４）整数問題が出題されるが，知識を必要とする問題ではなく，パズル性の高い問題が多い。

（５）指数・対数・三角関数の**計算問題**（方程式・不等式を含む）の出題が多い。

（６）2016 以降，複素平面の出題が続いている。 2021 一期には出題されず。

（７）かつては記述問題の難易度が高いことが多く，あまり深追いしない方がよいかもしれない。
ただし，答えだけなら簡単に求まる問題も散見される。「記述なのか答えだけなのかに注意！」
また，

（８）$\boxed{4}$の問題には入試標準レベルの数学 III の微分積分が多い。近年はアラカルト化が進んでいる。
「区分求積法」，積分方程式，「二次曲線の接線公式」，「合同式」，「二項定理」，「四分位偏差」，
「オイラーの多面体定理」なども。

（９）2017 年の新傾向（2018 年には見られず）＝「新記号」を定義し，運用させる。

（10）2020 年の後二期に「図示問題」が出現

2021 一期の分析：「やや難～難」の問題が復活。ただし、標準的な問題を時間内にいかに「確実に」処理するかが最終的な合否を分ける。

●対策

（１）典型問題の総点検を行うこと。

（２）頻出テーマ、頻出タイプの問題の演習を行うこと。（過去問が一番効率的）

（１）n の入った確率の問題

【2011 年・二期】

(1)　A，B の二人がそれぞれ 2 枚の硬貨を持って同時に投げ，表の出た枚数の多い方を勝ちとする。勝負がつかないときは再び硬貨投げを繰り返し，どちらかが勝つまで続けるとする。ただし，どの硬貨も表の出る確率は $\frac{1}{2}$ とする。

(1－1)　1 回の硬貨投げで A が勝つ確率を求めよ。

(1－2)　1 回の硬貨投げで勝負がつかない確率を求めよ。

(1－3)　n 回目の硬貨投げで A が勝つ確率を求めよ。ただし，n は正の整数とする。

(1－4)　硬貨投げの回数が n 回以下で勝負がつく確率を求めよ。ただし，n は正の整数とする。

【2011 年・一期】

(1)　箱の中に 1 から n までの番号のついた n 枚のカードが入っている。この中から 2 枚のカードを同時に取り出し，カードに書かれた数のうち最大のものを X とする。ただし，n は $n \geqq 2$ を満たす正の整数とする。また，カードはすべて同形かつ同じ重さとする。

(1−1)　k は $2 \leqq k \leqq n$ を満たす整数とする。$X \leqq k$ となる確率 $P(X \leqq k)$ を求めよ。

(1−2)　k は $2 \leqq k \leqq n$ を満たす整数とする。$X = k$ となる確率 $P(X = k)$ を求めよ。

(1−3)　X の期待値を求めよ。

（３）対称性の生かせる問題

【2012 年　一期】

正の数 a, b が $a^3+b^3=5$ を満たすとき，$a+b$ のとりうる値の範囲を求めよ。

【2012 年　一期】

(1)　2 つの曲線 $y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}x(x-\sqrt{3})$ および $x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}y(y-\sqrt{3})$ がある。

(1−1)　この 2 つの曲線の交点を求めよ。

(1−2)　この 2 つの曲線によって囲まれる部分の面積を求めよ。

（４）整数問題

【2013 年　一期】
不等式$9a > b$，$\log_a b > \log_b a^4 + 3$ をすべて満たす整数 a，b の値を求めよ。

【2011 年　一期】（近年、記述式が消滅したので（４）だけ・・・）
a，b は $a+b$，ab がともに整数となるような実数であり，しかも $a+b$ は奇数，ab は偶数である。次の各問に答えよ。

(1)　a^2+b^2 は整数であり，しかも奇数であることを示せ。

(2)　a^3+b^3 は整数であり，しかも奇数であることを示せ。

(3)　任意の自然数 n について，a^n+b^n は整数であり，しかも奇数であることを示せ。

(4)　このような実数 a，b で，いずれも整数ではないような例を示せ。

（７）文章長めの問題

【2013 年　一期】（（４）まで）

2 つの 2 次曲線C_1：$y=x^2$，C_2：$y^2=x$がある。次の各問に答えよ。ただし，(1)から(4)までは，答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1)　C_1，C_2のいずれにも接する直線の方程式を求めよ。

(2)　C_1上の点$\mathrm{P}(p,\ p^2)$を通る直線でC_2と接するものがちょうど 2 本引けるような p のとり得る値の範囲を求めよ。

(3)　C_1上の点$\mathrm{P}(p,\ p^2)$を通る直線でC_2と接するものがちょうど 2 本引け，さらにその 2 本の接線がいずれもC_1と P 以外の点でも交わるとする。このような p のとり得る値の範囲を求めよ。

(4)　C_1上の相異なる 2 点$\mathrm{Q}_1(q_1,\ {q_1}^2)$，$\mathrm{Q}_2(q_2,\ {q_2}^2)$について，直線$\mathrm{Q}_1\mathrm{Q}_2$が$C_2$と接するための条件を求めよ。

(5)　C_1上の点$\mathrm{P}(p,\ p^2)$を通る直線でC_2と接するものがちょうど 2 本引け，さらにその 2 本の接線がいずれもC_1と P 以外の点でも交わるとする。いま，その 2 本の接線とC_1との交点のうち，P 以外の交点をそれぞれQ_1およびQ_2とする。このとき，直線$\mathrm{Q}_1\mathrm{Q}_2$は再びC_2と接することを示せ。

（８）第四問は軽い数学 III＋（近年はアラカルト小問）

2021 の一期は、第三問と第四問に分かれ、一部難化

【2007 年　一期】

(1-1)　$f(x)=4x\sin x+2\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)\cos t\,dt$ をみたす関数 $f(x)$ を求めよ。

(2-1)　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$

(2-2)　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x\sin x}$

【2008 年　一期】

次の等式を満たす関数 $f(x)$ と定数 a の値を求めよ。

$$\int_a^{2-x} f(t)dt = x^2$$

【2009 年　一期】

$n=1$，2，3，$\cdots$ に対して

$$a_n = \sqrt[n]{\left(1+2\cdot\frac{1}{n}\right)\left(1+2\cdot\frac{2}{n}\right)\cdots\left(1+2\cdot\frac{n}{n}\right)}$$

とおく。$\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ。