慈恵医大｜数学｜セレクション２

【１】2013 東京慈恵会医科大学 2/5, 1 次 医

次の$\boxed{}$にあてはまる適切な数値を解答欄に記入せよ。

(1)　数直線上を動く点 P が原点の位置にある。2 個のさいころを同時に投げる試行を T とし，試行 T の結果によって，P は次の規則で動く。

(規則)　2 個のさいころの出た目の積が偶数ならば+2 だけ移動し，奇数ならば+1 だけ移動する。

試行 T を n 回繰り返し行ったときの P の座標を x_n とすると，$x_1=2$ となる確率は$\boxed{(ア)}$であり，$x_3=3$ かつ $x_4=5$ となる確率は$\boxed{(イ)}$である。また，P が座標 4 以上の点に初めて到達するまで試行 T を繰り返し行うとき，試行回数の期待値は$\boxed{(ウ)}$である。

(2)　平面上に 3 点 O，A，B があり，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=|\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=|2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=1$ をみたしている。このとき，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=\boxed{(エ)}$である。また，実数 s，t が条件 $1\leqq s+3t\leqq 3$，$s\geqq 0$，$t\geqq 0$ をみたしながら動くとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ で定められた点 P の存在する範囲の面積は$\boxed{(オ)}$である。

【２】2013 東京慈恵会医科大学 2/5, 1次 医

θ は $0 \leqq \theta \leqq \pi$ をみたす実数とする。xyz 空間内の平面 $z=0$ 上に 2 点 $\mathrm{P}_\theta(\cos\theta,\ \sin\theta,\ 0)$，$\mathrm{Q}_\theta(2\cos\theta,\ 2\sin\theta,\ 0)$ をとり，θ を $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲で動かすとき，線分 $\mathrm{P}_\theta\mathrm{Q}_\theta$ が通過する部分を D とする。空間内の $z \geqq 0$ の部分において，底面が D，$\mathrm{P}_\theta\mathrm{Q}_\theta$ 上の各点での高さが $\dfrac{2}{\pi}\theta$ の立体 K を考える。半球 $B: x^2+y^2+z^2 \leqq 2^2$，$z \geqq 0$ と K の共通部分を L とするとき，次の問いに答えよ。

(1) B を平面 $z=t\ (0 \leqq t < 2)$ で切った切り口の円の半径を t を用いて表せ。

(2) L の体積を求めよ。

【３】2015 東京慈恵会医科大学 2/5, 一般（１次）東京都地域枠含む 医

次の $\boxed{}$ にあてはまる適切な数値を解答欄に記入せよ。

(1)　A，B の 2 人が次のようなゲームを行う。

赤玉 2 個，白玉 1 個が入っている袋から玉を 1 個取り出し，色を調べてからもとに戻す。取り出した玉の色により，赤玉のときは A が 1 点を得て，白玉のときは B が 2 点を得る。この試行を繰り返し，先に 3 点以上得た方を勝ちとしてゲームを終了する。

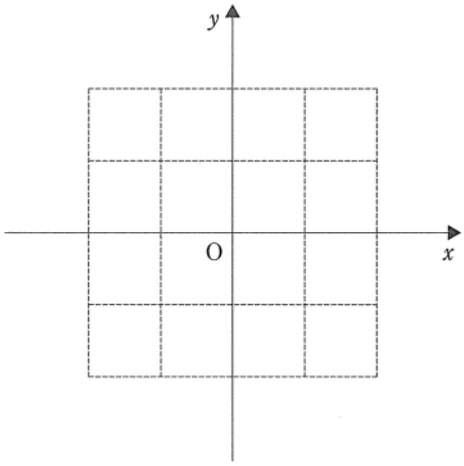
このとき，B が勝つ確率は $\boxed{\text{(ア)}}$ である。また，ゲームが 3 回目の試行により終了する確率は $\boxed{\text{(イ)}}$ である。

(2)　四面体 ABCD において，$AB = 3$，$BC = \sqrt{13}$，$CA = 4$，$DA = DB = DC = 3$ とし，頂点 D から△ABC に垂線 DH を下ろす。このとき，DH の長さは $\boxed{\text{(ウ)}}$，四面体 ABCD の体積は $\boxed{\text{(エ)}}$ である。

【４】2015 東京慈恵会医科大学 2/5,一般(１次)東京都地域枠含む 医

n を 2 以上の整数の定数とする。xy 平面上に定点 $\mathrm{A}(1,\ 0)$ がある。y 軸上の点 P を通り x 軸に平行な直線上で，$\mathrm{AP}+\mathrm{PQ} \leqq n$ をみたす点 Q を考える。P が y 軸上を動くとき，Q の存在範囲を $D(n)$ とする。このとき，次の問いに答えよ。問い(1)では $\boxed{}$ にあてはまる適切な式を解答欄に記入せよ。

(1)　$D(n)$ は不等式 $\boxed{\text{(オ)}}$ をみたす点 $(x,\ y)$ 全体である。また，$D(2)$ を xy 平面上に図示せよ(xy 平面は解答用紙にある)。



(1)の解答欄

(2)　xy 平面上で x 座標と y 座標がともに整数である点を格子点と呼ぶ。$D(n)$ に含まれる格子点の個数 $S(n)$ を n を用いて表せ。また，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{S(n)}{(2n+1)^2}$ の値を求めよ。

【解答１】2013 東京慈恵会医科大学 2/5, １次 医

(1)　(ｱ) $\dfrac{3}{4}$　(ｲ) $\dfrac{3}{256}$　(ｳ) $\dfrac{157}{64}$

(2)　(ｴ) $\sqrt{3}$　(ｵ) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

【解答２】2013 東京慈恵会医科大学 2/5, １次 医

(1)　$\sqrt{4-t^2}$　(2)　$\left(\sqrt{3}-\dfrac{9}{16}\right)\pi$

【解答３】2015 東京慈恵会医科大学 2/5, 一般（１次）東京都地域枠含む 医

(1)　（ア） $\dfrac{11}{27}$　（イ） $\dfrac{4}{9}$

(2)　（ウ） $\sqrt{\dfrac{14}{3}}$　（エ） $\sqrt{14}$

【解答４】2015 東京慈恵会医科大学 2/5, 一般（１次）東京都地域枠含む 医

(1)　$|x|+\sqrt{y^2+1} \leqq n$，次図　(2)　$S(n)=2n^2-2n+1$，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{S(n)}{(2n+1)^2}=\frac{1}{2}$