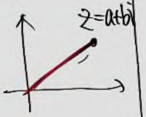
14日目 複素平面 QUIZ

$z=a+bi$ に対して

$\begin{cases} \bar{z}=a-bi \\ |z|=\sqrt{a^2+b^2} \end{cases}$

共役＝バー



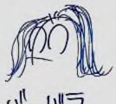
$\boxed{\text{絶対値}}$＝原点からのキョリ

$\bar{\bar{\alpha}}=\alpha$

$\overline{\alpha+\beta}=\bar{\alpha}+\bar{\beta}$

$\overline{\alpha\times\beta}=\bar{\alpha}\times\bar{\beta}$

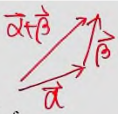
$\overline{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)}=\frac{\bar{\alpha}}{\bar{\beta}}$



バーバラ

$|\alpha+\beta|=$ ✗

→不等式なら $|\alpha+\beta|$



$|\alpha\cdot\beta|=|\alpha||\beta|$

$\left|\frac{\alpha}{\beta}\right|=\frac{|\alpha|}{|\beta|}$

和・差の絶対値はバラせない

$\boxed{|z|^2=z\cdot\bar{z}}$

(左)$=a^2+b^2$

(右)$=(a+bi)(a-bi)$

$=a^2-b^2i^2$

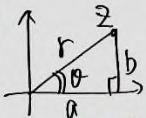
$=a^2+b^2$

$i^2=-1$

✗ $|z|^2 \neq z^2$ は実数まで

《発展》三角不等式

$|\vec{\alpha}+\vec{\beta}| \leqq |\vec{\alpha}|+|\vec{\beta}|$



$z=a+bi$

$=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ 極

ナナメでくくる　実部 cos　虚部 sin

14日目 複素平面 QUIZ

$\boxed{(\cos\alpha+i\sin\alpha)\times(\cos\beta+i\sin\beta)=\cos(\alpha+\beta)+i\sin(\alpha+\beta)}$

積　和

証 (左辺)$=(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta)+i(\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta)$

$=\cos(\alpha+\beta)+i\cdot\sin(\alpha+\beta)=$(右辺) ■

商　差

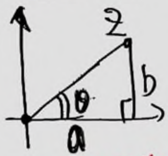
$\boxed{\frac{\cos\alpha+i\sin\alpha}{\cos\beta+i\sin\beta}=\cos(\alpha-\beta)+i\sin(\alpha-\beta)}$

$\boxed{(\cos\theta+i\sin\theta)^{n}=\cos n\theta+i\sin n\theta}$

n乗　n倍

de Moivre ド・モアブルの定理

極形式



$z=a+bi$

$=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ 極

ナナメでくくる　実部 cos　虚部 sin

$O(0), A(\alpha), B(\beta), P(z)$　位置ベクトル

内分 $z=\frac{n\alpha+m\beta}{m+n} \leftrightarrow \vec{OP}=\frac{n\vec{OA}+m\vec{OB}}{m+n}$

キョリ

$OA=|\alpha| \leftarrow OA=|\vec{OA}|=|\alpha|$

$AB=|\beta-\alpha| \leftarrow AB=|\vec{AB}|=|\vec{OB}-\vec{OA}|=|\beta-\alpha|$

円 $|z-\alpha|=r \leftarrow$ (円のベクトル方程式 $|\vec{OP}-\vec{OA}|=r$)

14日目 複素平面 QUIZ

$\boxed{(\cos\alpha+i\sin\alpha)\times(\cos\beta+i\sin\beta)=\cos(\alpha+\beta)+i\sin(\alpha+\beta)}$

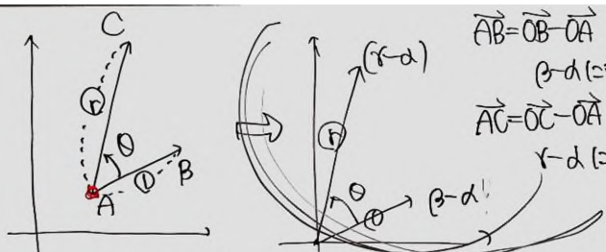
積　和

×$(\cos\theta+i\sin\theta)$ をかけざん ＝ 偏角が θ 増える

$\vec{OB}$ は $\vec{OA}$ を r倍拡大(縮小), θ回転したもの

$\beta=\alpha\times r(\cos\theta+i\sin\theta)$

$A(\alpha), B(\beta), C(\gamma)$



$\vec{AB}=\vec{OB}-\vec{OA}$　β−α に対応

$\vec{AC}=\vec{OC}-\vec{OA}$　γ−α に対応

$\vec{AC}$ は $\vec{AB}$ を r倍拡大, θ回転したもの

$\gamma-\alpha=(\beta-\alpha)\times r(\cos\theta+i\sin\theta)$

$\therefore\ \gamma=(\beta-\alpha)\times r(\cos\theta+i\sin\theta)+\alpha$