# 過去問めぐり・埼玉医大（１）

## 【１】

$0 \leqq \theta \leqq \pi$とするとき，方程式

$$3\sin^2\theta-(\sqrt{3}-1)\sin\theta\cos\theta+(2-\sqrt{3})\cos^2\theta=2$$

を満たす角$\theta$を小さい順に並べよ。

## 【２】

方程式 $6x+(\log_3 x)\log_2 x^{x-2}-\log_2 x^{2x}-\log_3 x^{3x}+\log_2 x^4+\log_3 x^6-12=0$ の解を小さい順に並べよ。

## 【３】

$\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}}=\sqrt{\boxed{(1)}}+\sqrt{\boxed{(2)}}+\sqrt{\boxed{(3)}}$ である。ただし，

$\boxed{(1)} \leqq \boxed{(2)} \leqq \boxed{(3)}$ とする。

## 【４】

第$n$項が$a_n=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(1+\dfrac{2n-1}{n^2-2n+2}\right)$である数列において，

$$a_1a_2\cdots a_{10}=\frac{\boxed{(1)}\boxed{(2)}\boxed{(3)}}{\boxed{(4)}\boxed{(5)}}$$ である。

【１】

問３．$3\sin^2\theta-(\sqrt{3}-1)\sin\theta\cos\theta+(2-\sqrt{3})\cos^2\theta$

$=2=2(\cos^2\theta+\sin^2\theta)$

より

$$\sin^2\theta-(\sqrt{3}-1)\sin\theta\cos\theta-\sqrt{3}\cos^2\theta=0$$

$$(\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta)(\sin\theta+\cos\theta)=0 \quad \cdots\cdots④$$

$\cos\theta=0$ のとき，$\sin\theta=0$ となり，矛盾するから　$\cos\theta\neq0$

よって，④の両辺を $\cos^2\theta$ で割ると

$$(\tan\theta-\sqrt{3})(\tan\theta+1)=0 \qquad \therefore\ \tan\theta=\sqrt{3},\ -1$$

$0\leqq\theta\leqq\pi$ より　$\theta=\frac{1}{3}\pi,\ \frac{3}{4}\pi$　(→(7)〜(10))

【２】

問３．真数は正より　$x>0$　……④

与式を変形すると

$$6(x-2)+(x-2)\log_3 x\cdot\log_2 x-2(x-2)\log_2 x-3(x-2)\log_3 x=0$$

$$(x-2)(6+\log_3 x\cdot\log_2 x-2\log_2 x-3\log_3 x)=0$$

$$(x-2)(\log_2 x-3)(\log_3 x-2)=0$$

よって　$x=2,\ 8,\ 9$（これらは④を満たす）(→(15)〜(17))

【３】

問１　$(\text{与式})=\sqrt{10+2\sqrt{6}+2\sqrt{10}+2\sqrt{15}}=\sqrt{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})^2}$

$=\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}$　(→(1)〜(3))

【４】

問４　$a_n=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{n^2+1}{n^2-2n+2}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{n^2+1}{(n-1)^2+1}$

よって

$$a_1a_2a_3\cdots a_{10}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{10}\left(\frac{2}{1}\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{10}{5}\cdot\frac{17}{10}\cdot\frac{26}{17}\cdot\frac{37}{26}\cdot\frac{50}{37}\cdot\frac{65}{50}\cdot\frac{82}{65}\cdot\frac{101}{82}\right)$$

$$=\frac{101}{32}$$

(→(11)〜(15))