

BASIC問題

- [1] 次の2次方程式を解け。
- (1) $6x^2 - 5x - 6 = 0$ (2) $2x^2 - 6x + 3 = 0$
- [2] 次の不等式を解け。
- (1) $\begin{cases} 4x + 1 < 3x - 1 \\ 2x - 1 \geq 5x + 6 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x + 3 > x + 2 \\ 3x > 4x + 2 \end{cases}$
- (3) $2(x - 3) + 5 < 5x - 6 \leq \frac{3x + 4}{3}$
- [3] 次の方程式，不等式を解け。
- (1) $|x - 1| = 2$ (2) $|x + 4| < 5$ (3) $|2x - 3| \geq 4$
- [4] 次の式を計算せよ。
- (1) $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{27}} - \frac{1}{\sqrt{12}}$
- [5] 実数 x, y が $x + y = 3$, $xy = -2$ を満たすとき， $x^2 + y^2$, $x^3 + y^3$, $x^5 + y^5$ の値を求めよ
- [6] 次の式を簡単にせよ。
- (1) $\sqrt{9 - 2\sqrt{14}}$ (2) $\sqrt{15 - 6\sqrt{6}}$ (3) $\sqrt{3 - \sqrt{5}}$

STANDARD問題

- [7] a を定数とするととき，次の不等式を解け。
- (1) $ax \leq 1$ (2) $ax + 6 > 3x + 2a$
- [8] 次の式を因数分解せよ。
- (1) $a^3 - a^2c - ab^2 + b^2c$ (2) $2x^2 + 3xy - 2y^2 + x + 7y - 3$
- [9] 次の方程式，不等式を解け。
- (1) $|x - 3| = 2x$ (2) $|x - 3| < 2x$ (3) $|x| + |x - 2| = 6$
- [10] $\frac{1}{1 + \sqrt{6} + \sqrt{7}}$ の分母を有理化せよ。
- [11] $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ のとき， $x^2 + \frac{1}{x^2}$, $x^4 + \frac{1}{x^4}$, $x^6 + \frac{1}{x^6}$ の値を求めよ。

実戦問題篇

- [12] a を定数とするととき，次の方程式を解け。
- (1) $ax^2 + (a^2 - 1)x - a = 0$ (2) $a^2x + 1 = a(x + 1)$
- [13] * $2^{18} - 1$ を素数の積で表したとき，そこに現れる素数の中で最大なものを求めよ。
- [14] * 相異なる実数 α, β が $\begin{cases} \alpha^2 + \sqrt{3}\beta = \sqrt{6} \\ \beta^2 + \sqrt{3}\alpha = \sqrt{6} \end{cases}$ を満たすとき， $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ の値を求めよ。

15 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ の整数の部分を a ，小数の部分を b とする。

(1) a と b を求めよ。

(2) $a+2b+b^2+1$ の値を求めよ。

16 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|x+2|-|x-1|>x$

(2) $||x-1|-2|-3=0$

17 x の連立不等式 $\begin{cases} 7x-5>13-2x \\ x+a\geq 3x+5 \end{cases}$ を満たす整数 x がちょうど5個存在するとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

BASIC問題

- [1] 次の関数に最大値，最小値があればそれを求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。
- (1) $y = 2x^2 + 8x + 9$
 (2) $y = x^2 - 2x$ ($0 \leq x \leq 3$)
 (3) $y = -3x^2 - 2x + 4$ ($-1 < x < 2$)
- [2] 次の不等式を解け。
- (1) $5 < x^2 + 4x \leq 21$ (2) $2x + 3 < x^2 < 5$
- [3] 2次関数 $y = x^2 + ax + b$ のグラフを y 軸方向に2だけ平行移動したあと， y 軸に関して対称移動させ，更に x 軸方向に -3 だけ平行移動したところ， $y = x^2$ のグラフと一致した。 a ， b の値を求めよ。
- [4] グラフが3点 $(1, 3)$ ， $(2, 5)$ ， $(3, 9)$ を通るような2次関数を求めよ。

STANDARD問題

- [5] 2次不等式 $4x^2 + ax + b < 0$ の解が $1 < x < \frac{5}{4}$ であるとき，2次不等式 $bx^2 + ax + 4 \geq 0$ の解を求めよ。
- [6] a は定数とする。関数 $y = 2x^2 - 4ax - a$ ($0 \leq x \leq 2$) について，次の問いに答えよ。
 (1) 最小値を求めよ。 (2) 最大値を求めよ。
- [7] 次の条件を満たすとき，定数 m の値の範囲を求めよ。
 (1) 2次不等式 $x^2 - (m-1)x + 3 > 0$ の解がすべての実数となる。
 (2) 2次不等式 $-x^2 + 2mx + m \geq 0$ が解をもつ。
- [8] 2次方程式 $x^2 - (a+2)x + a(2a+1) = 0$ の異なる2つの実数解を α ， β とするとき，
 $1 < \alpha < \frac{3}{2} < \beta$ を満たすように，定数 a の値の範囲を定めよ。
- [9] 2次方程式 $x^2 - 2mx + 9 = 0$ が $2 < x < 4$ の範囲で異なる2つの実数解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ。
- [10] 2次方程式 $x^2 + 2ax + 2a^2 + 2ab + 4 = 0$ は，定数 a がどのような実数値であっても実数解をもたないという。実定数 b はどんな範囲にあるか求めよ。
- [11] $f(x) = -x^2 + ax + a - 2$ ， $g(x) = x^2 - (a-2)x + 3$ について，次の条件を満たすように，定数 a の値の範囲をそれぞれ定めよ。
 (1) どんな x の値に対しても $f(x) < g(x)$ が成り立つ。
 (2) どんな x_1 ， x_2 の値に対しても， $f(x_1) < g(x_2)$ が成り立つ。

実戦問題

- [12] x についての次の2つの不等式

$$2x^2 - 3x - 5 > 0$$

$$x^2 - (a+2)x + 2a < 0$$

を同時に満たす整数 x がただ1つ存在するとき、定数 a の値の範囲とそのときの整数 x の値を求めよ。

- [13] 2次不等式 $x^2 - 2ax + a + 2 > 0$ が $-1 \leq x \leq 1$ の範囲で常に成り立つとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

- [14] $n = 1, 2, 3, \dots$ のとき、 x の関数 $y = \sum_{k=1}^{2n+1} |x - k|$ の最小値とそれを与える x の値を求めよ。

BASIC問題篇

- [1] $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。次の三角比の値を求めよ。
- (1) $\tan \theta = \frac{1}{2}$ のとき, $\cos \theta$, $\sin \theta$
- (2) $\tan \theta = -3$ のとき, $\cos \theta$, $\sin \theta$
- [2] $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき, 次のような θ を求めよ。
- (1) $2\sin \theta - 1 = 0$ (2) $\sqrt{2}\cos \theta + 1 = 0$
- (3) $3\tan \theta = \sqrt{3}$ (4) $(\cos \theta + 1)(2\cos \theta - 1) = 0$
- [3] $\triangle ABC$ において, $a = \sqrt{6}$, $A = 60^\circ$, $C = 45^\circ$ のとき, c と外接円の半径 R を求めよ。
- [4] $\triangle ABC$ において, 次のものを求めよ。
- (1) $c = 4$, $a = 6$, $B = 60^\circ$ のとき b
- (2) $a = 3$, $b = \sqrt{2}$, $c = \sqrt{17}$ のとき C
- [5] $\triangle ABC$ において, $AB = 2$, $BC = \sqrt{7}$, $CA = 3$ とする。 $\triangle ABC$ の外接円の半径 R と, 内接円の半径 r を求めよ。

STANDARD問題篇

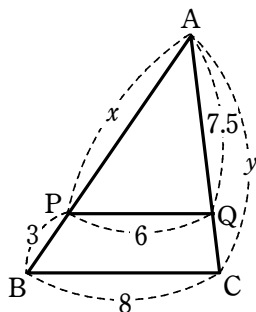
- [6] θ が $0^\circ < \theta < 90^\circ$ かつ $\cos \theta - \sin \theta = \frac{1}{2}$ を満たすとき, $\cos \theta + \sin \theta$, $\cos^3 \theta + \sin^3 \theta$ の値を求めよ。
- [7] 円に内接する四角形 $ABCD$ において, $AB = 2$, $BC = 2$, $CD = 3$, $DA = 4$ とする。次の値を求めよ。
- (1) AC の長さ (2) 四角形 $ABCD$ の面積
- (3) 2つの対角線 AC と BD の交点を E とすると $BE : ED$ の比
- [8] $a = 5$, $b = 6$, $c = 4$ の $\triangle ABC$ がある。頂角 A の二等分線と辺 BC の交点を D , 辺 BC の中点を M とするとき, 線分 AD , AM の長さを求めよ。
- [9] $\triangle ABC$ が次の条件を満たすとすれば, どんな三角形か。
- (1) $\sin A = \sin B$
- (2) $\sin A \cos A = \sin B \cos B$

BASIC+STANDARD問題

- [1] 3 辺の長さが a , $a-1$, $50-a$ の三角形がある。このとき, a の値の範囲を求めよ。
また, この三角形が直角三角形となるとき, a の値を求めよ。

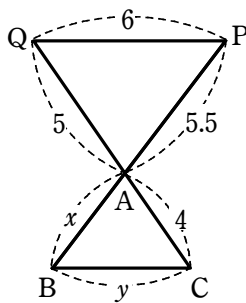
- [2] 次の図において, x , y の値を求めよ。

(1)



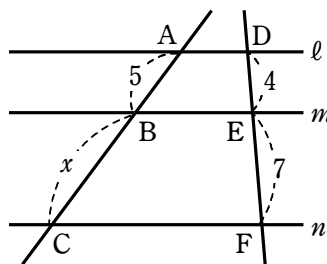
$PQ \parallel BC$

(2)



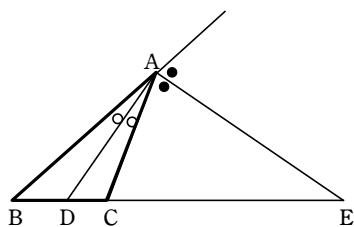
$PQ \parallel BC$

(3)



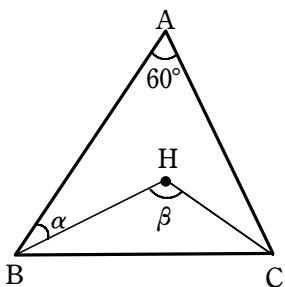
$l \parallel m \parallel n$

- [3] 下の図で, $AB=6$, $BC=3$, $CA=4$ であり, AD は $\angle BAC$ の二等分線, AE は $\angle BAC$ の外角の二等分線である。
 BD の長さ と BE の長さをそれぞれ求めよ。

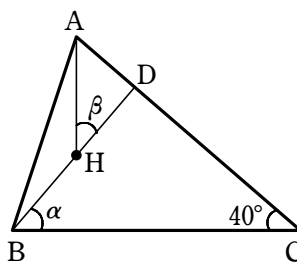


- [4] 下の図において, 点 H は $\triangle ABC$ の垂心である。角 α , β を求めよ。

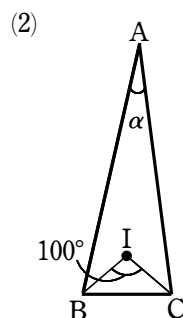
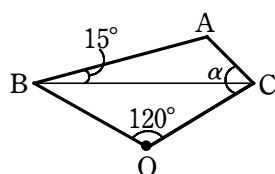
(1)



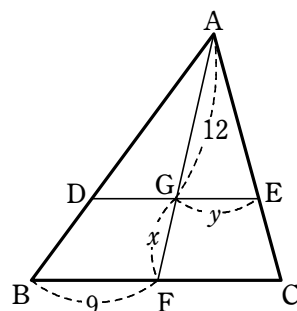
(2)



- [5] 右の図で、点 O は $\triangle ABC$ の外心、
点 I は $\triangle ABC$ の内心である。 α を求
めよ。



- [6] 右の図において、点 G は $\triangle ABC$ の重心であり、
 $DE \parallel BC$ である。このとき、 x 、 y の値を求めよ。



- [7] $\triangle ABC$ の辺 AB 、 AC 上にそれぞれ点 R 、 Q があり、 $AR : RB = 5 : 1$ 、
 $AQ : QC = 2 : 3$ である。線分 BQ と CR の交点を O 、直線 AO と辺 BC の交点を P と
するとき、次の比を求めよ。

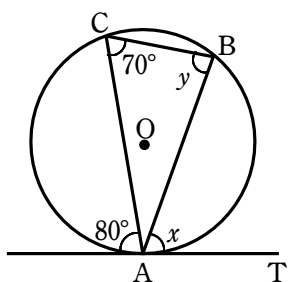
(1) $BP : PC$

(2) $AO : OP$

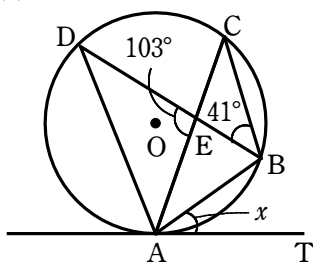
(3) $\triangle ABC : \triangle OBC$

- [8] 次の図において、直線 AT は点 A で円 O に接している。 x と y を求めよ。

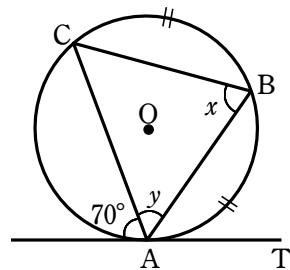
(1)



(2)

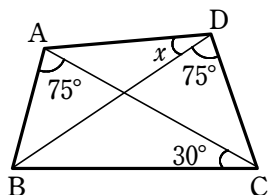


(3)

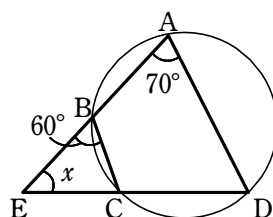


- [9] 次の図において、角 x の大きさを求めよ。

(1)

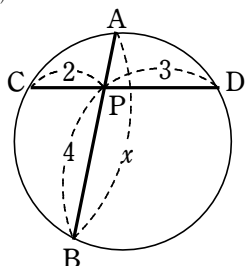


(2)

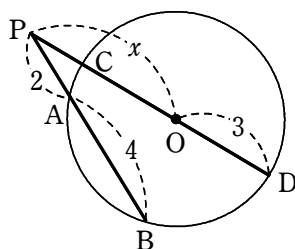


10 下の図において、 x の値を求めよ。O は円の中心とする。

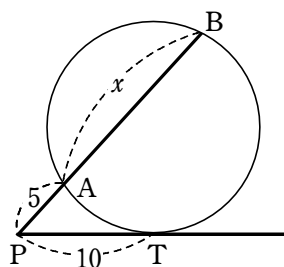
(1)



(2)

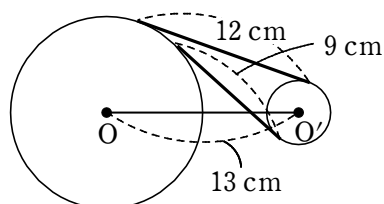


(3)



PT は円の接線

11 右の図のように、中心間の距離が 13 cm，共通外接線の長さが 12 cm，共通内接線の長さが 9 cm である 2 つの円 O，O' がある。
この 2 つの円の半径を，それぞれ求めよ。



12 3 辺の長さが a ， b ， c の直角三角形の外接円の半径が $\frac{3}{2}$ ，内接円の半径が $\frac{1}{2}$ のとき，

次の問いに答えよ。ただし， $a \geq b \geq c$ とする。

(1) a の値を求めよ。

(2) b と c の値を求めよ。

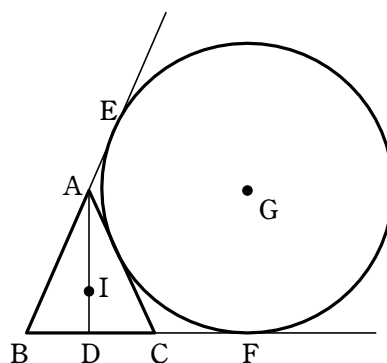
実戦問題

- 13 AB=2, BC=x, AC=4-x であるような $\triangle ABC$ がある。

- (1) x の値の範囲を求めよ。
 (2) $\triangle ABC$ が鋭角三角形であるような x の値の範囲を求めよ。

- 14 鋭角三角形 ABC において, AB=8 とする。辺 AC を 1:2 に内分する点を D とし, 辺 BC を 3:2 に内分する点を E とする。このとき, 2 点 D, E を通る直線 ℓ と 2 点 A, B を通る直線の交点を P とすると, $AP = \frac{7}{\square}$ である。また, 直線 ℓ と三角形 ABC の外接円との 2 つの交点のうち P に近い方の交点を Q とし, 他の交点を R とする。このとき, $PQ=3$ ならば, $QR = \frac{1}{\square}$ である。

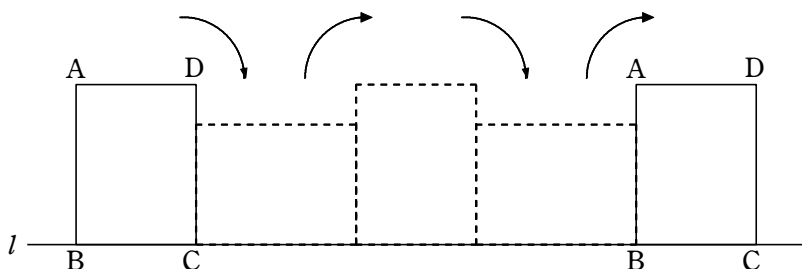
- 15 AB=AC である二等辺三角形 ABC の内接円の中心を I とし, 内接円と辺 BC の接点を D とする。辺 BA の延長と点 E で, 辺 BC の延長と点 F で接し, 辺 AC と接する $\angle B$ 内の円の中心を G とする。
 (1) $AD=GF$ となることを証明せよ。
 (2) $AB=7, BD=3$ のとき, IG の長さを求めよ。



- 16 C_1, C_2, C_3 は, 半径がそれぞれ $a, a, 2a$ の円とする。いま, 半径 1 の円 C にこれらが内接していて, C_1, C_2, C_3 は互いに外接しているとき, a の値を求めよ。

- 17 (出典・2009 常総学院高)

図のように, $AB=4\text{ cm}, BC=3\text{ cm}, CA=5\text{ cm}$ である長方形 ABCD を直線 l に沿って, 滑ることなくちょうど 1 回転するまで転がす。



頂点 B が動いた跡の線の長さは $\frac{7}{\square}\pi\text{ cm}$ であり, 頂点 B が動いた跡の線と直線 l とで囲まれた部分の面積は $\frac{1}{\square}\text{ cm}^2$ である。ただし, π は円周率とする。

BASIC+Standard問題

- [1] 32351 と 23009 の最大公約数を求めよ。
- [2] 次の方程式の整数解をすべて求めよ。
(1) $28x + 95y = 3$ (2) $103x - 75y = 7$
- [3] (1) 方程式 $xy - 2x + 5y = 1$ の整数解をすべて求めよ。
(2) 方程式 $3xy + 3x + y = 5$ を満たす 2 つの整数 x, y の組をすべて求めよ。
- [4] n は自然数とする。 $n^2 - 28n + 160$ が素数となるような n をすべて求めよ。
- [5] (1) 1960 の正の約数の個数を求めよ。
(2) 1960 の正の約数の総和を求めよ。
- [6] n を正の整数とする。 $N = 1890n$ とすると、 $\sqrt{N}$ が整数になるような最小の n の値を求めよ。
- [7] $5x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 4y + 7 = 0$ を満たす整数の組 (x, y) を求めよ。
- [8] 次の等式を満たす自然数 x, y, z の組をすべて求めよ。
(1) $xyz = x + y + z \quad (x < y < z)$
(2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{3z} = \frac{4}{3} \quad (x \leq y \leq z)$

實踐問題

- 9 $\frac{40}{21}, \frac{16}{39}$ のいずれに掛けても積が自然数となる分数のうち、最も小さいものを求めよ。
- 10 方程式 $48x + 539y = 77$ を満たす整数解 x, y をすべて求めよ。
- 11 次の等式を満たす自然数 x, y, z の組をすべて求めよ。
- $$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$$
- 12 自然数 N を 5 進法で表すと 3 桁の数 $abc_{(5)}$ になり、7 進法で表すと 3 桁の数 $cab_{(7)}$ になるという。 a, b, c を求めよ。また、 N を 10 進法で表せ。
- 13 $100!$ を素因数分解すると、 $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^{16} \cdot 11^9 \cdot 13^7 \cdots$ となる。 a, b, c の値を求めよ。
- 14 素数 p, q, r に対して $2p^3qr + 19p^2q^2r - 10pq^3r = 111111$ が成り立つとき、 p, q, r の値を求めよ。

- [1] 解答 173
- [2] 解答 k は整数とする。
 (1) $x = 95k + 51, y = -28k - 15$ (2) $x = 75k - 56, y = 103k - 77$
- [3] 解答 $(x, y) = (-4, -7), (-2, -1), (4, 1), (-6, 11), (-8, 5), (-14, 3)$
 解答 $(x, y) = (-1, -4), (0, 5)$
- [4] 解答 $n = 7, 21$
- [5] 解答 (1) 24 (2) 5130
- [6] 解答 210
- [7] 解答 $(x, y) = (1, -2), (1, -4)$
- [8] 解答 (1) $(x, y, z) = (1, 2, 3)$ (2) $(x, y, z) = (1, 2, 4)$
- [9] 解答 $\frac{273}{8}$
- [10] 解答 $x = -77 + 539t, y = 7 - 48t$ (t は整数)
- [11] 解答 $(x, y, z) = (2, 3, 6), (2, 6, 3), (3, 2, 6), (3, 6, 2), (6, 2, 3), (6, 3, 2),$
 $(2, 4, 4), (4, 2, 4), (4, 4, 2), (3, 3, 3)$
- [12] 解答 $a = 2, b = 3, c = 1; N = 66$
- [13] 解答 $a = 97, b = 48, c = 24$
- [14] 解答 (ア) 7 (イ) 3 (ウ) 13

BASIC問題

- 1 100 から 200 までの整数のうち、次の整数の個数を求めよ。
 - (1) 5 かつ 8 の倍数
 - (2) 5 または 8 の倍数
 - (3) 5 で割り切れるが 8 で割り切れない整数
 - (4) 5 と 8 の少なくとも一方で割り切れない整数
- 2 SHOJI の 5 文字をすべて使用して作成した文字列をアルファベット順の辞書式に並べるとき、JISHO は何番目の文字列であるか。
- 3 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 の 7 個の数字から異なる 4 個の数字を取り出して 4 桁の整数を作るとき、次のような数は何個あるか。
 - (1) 4 桁の整数
 - (2) 偶数
 - (3) 3200 以上
- 4 正十角形について、次の数を求めよ。
 - (1) 対角線の本数
 - (2) 正十角形の頂点のうちの 3 個を頂点とする三角形の個数
 - (3) (2) の三角形のうち、正十角形と 1 辺だけを共有する三角形の個数
- 5 正四角錐の 5 つの面を、赤青黄緑紫の 5 色すべてを使って塗り分ける方法は何通りあるか。
- 6 $x + y + z = 12$ と次の条件を満たす x, y, z の組は、全部で何個あるか。
 - (1) x, y, z は負でない整数
 - (2) x, y, z は自然数

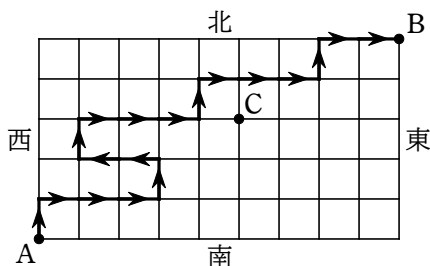
Standard問題

- 7 ATLANTA の 7 文字を 1 列に並べるとき、次の問いに答えよ。
 - (1) 並べ方は、全部で何通りあるか。
 - (2) A が両端にくる並び方は、全部で何通りあるか。
 - (3) T が隣り合わない並び方は、全部で何通りあるか。
- 8 YOKOHAMA の 8 文字を横 1 列に並べて順列を作る。次のような順列は何通りあるか。
 - (1) AA と OO という並びをともに含む順列
 - (2) Y, K, H, M がこの順に並ぶ順列
- 9 NAGOYAJO の 8 個の文字をすべて並べるとき、次の問いに答えよ。
 - (1) AA と OO という並びをともに含む順列は何通りあるか。
 - (2) 同じ文字が隣り合わない順列は何通りあるか。
- 10 正五角柱の 7 つの面を、赤、青、黄、緑、黒、紫の 6 色で塗り分ける。ただし、隣り合う面は異なる色を塗る。また、6 色はすべて使う。なお、回転して同じになるものは同じ塗り方とみなす。このとき次の問いに答えよ。
 - (1) 2 つの五角形の面を同じ色で塗るような、正五角柱の塗り方は何通りあるか。
 - (2) 正五角柱の塗り方の総数は何通りあるか。
- 11 赤玉 6 個、青玉 5 個、黄玉 1 個がある。これらの玉にひもを通して輪をつくる方法は何通りあるか。

- [12] 12 人を次のように分けるとき、分け方は何通りあるか。
- (1) 5 人, 4 人, 3 人の 3 つの組に分ける。
 - (2) A, B, C, D の 4 つの組に, 3 人ずつ分ける。
 - (3) 3 人ずつの 4 つの組に分ける。
 - (4) 8 人, 2 人, 2 人の 3 つの組に分ける。
- [13] 次の条件を満たす整数の組 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ の個数を求めよ。
- (1) $1 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq a_5 \leq 4$
 - (2) $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \leq 4, a_1 \geq 1, a_i \geq 0 (i=2, 3, 4, 5)$

実戦問題

- [14] 1 から 10 までの自然数の各数字を 1 つずつ記入した 10 枚のカードがある。これらを A, B, C の 3 つの箱に分けて入れる。
- (1) 空の箱があってもよいものとするとき、分け方は何通りあるか。
 - (2) 空の箱があってはならないとするとき、分け方は何通りあるか。
- [15] 正八面体について考える。ただし、回転させて一致するものは同じものとする。
- (1) 頂点に 1, 2, …… と順に番号を付けるとき、番号の付け方は何通りあるか。
 - (2) 2 つの面を赤に, 残りの 6 つの面を白に塗るとき, 塗り方は何通りあるか。
 - (3) 3 つの面を赤に, 残りの 5 つの面を白に塗るとき, 塗り方は何通りあるか。
- [16] 右の図のように東西に 6 本, 南北に 10 本の道がある。東西の道と南北の道の出会う地点を交差点とよび, 隣どうしの交差点を結ぶ道を区間ということにする。A 地点から B 地点に進むとき, 次の問いに答えよ。ただし, どの交差点においても, 東西および北のいずれかに進むことはできるが, 南に進むことはできないとする。また, 後戻りもできないとする。図の中の太線は道順の例を示したものである。
- (1) A 地点から B 地点へ行く道順の総数を求めよ。
 - (2) C 地点を通過して, A 地点から B 地点へ行く道順の総数を求めよ。
 - (3) A 地点から B 地点まで 16 区間で行く道順の総数を求めよ。



BASIC問題

- [1] 男子3人と女子2人がくじ引きで順番を決めて横1列に並ぶとき、次の場合の確率を求めよ。
 - (1) 女子2人が隣り合う。
 - (2) 男女が交互に並ぶ。
- [2] 赤玉と白玉が合わせて10個入った袋がある。この袋の中から玉を3個同時に取り出すとき、赤玉が出ない確率が $\frac{7}{10}$ であるという。袋の中に白玉は何個入っているか。
- [3] 10本のくじの中に、当たりくじが3本入っている。このくじを3本同時に引くとき、次の確率を求めよ。
 - (1) 3本ともはずれる確率
 - (2) 少なくとも1本は当たる確率
- [4] 3個のさいころを投げるとき、次の確率を求めよ。
 - (1) 出た目の最小値が3以上である確率
 - (2) 出た目の最小値が3である確率
- [5] A, B 2社が同じ製品を製造している。A社は全製品の60%, B社は全製品の40%を生産している。また、A社の製品中には3%, B社の製品中には6%の不良品が混じっているという。全製品の中から1個を取り出すとき、次の確率を求めよ。
 - (1) それが不良品である確率
 - (2) 不良品であったときに、それがA社の製品である確率

Standard問題

- [6] サイコロを続けて4回投げ、1回目, 2回目, 3回目, 4回目に出た目をそれぞれ a, b, c, d とする。次の問に答えよ。
 - (1) $a < b < c < d$ となる確率を求めよ。
 - (2) $a \leq b \leq c \leq d$ となる確率を求めよ。
- [7] 箱に2個の赤い玉と $(n-2)$ 個の白い玉が入っている ($n=4, 5, 6, \dots$)。
 - (1) 箱から3個の玉を同時に取り出すとき、2個が白、1個が赤となる確率 $P(n)$ を求めよ。
 - (2) (1)の $P(n)$ が最大になる n を求めよ。
- [8] 硬貨を何回か投げ、先に表が2回出るとAの勝ちとし、先に裏が4回出るとBの勝ちとするゲームを考える。次の確率を求めよ。
 - (1) 5回目にBが勝つ確率
 - (2) A, Bそれぞれの勝つ確率

9 次の確率を求めよ。

- (1) 2人でジャンケンをするとき、2回続けてアイコになる確率
- (2) 3人で1回ジャンケンをして、1人の勝者が決まる確率
- (3) 5人で1回ジャンケンをして、3人の勝者が決まる確率
- (4) 5人で1回ジャンケンをして、複数の敗者がでて、複数の勝者が残り、次にその勝者のみで2回目のジャンケンをして、1人の勝者が決まる確率

実戦問題

10 4つのさいころを同時に振るとき、次の確率を求めよ。

- (1) 4つとも同じ目が出る確率
- (2) 3つのさいころに同じ目が出て、他の1つにはその目と異なる目が出る確率
- (3) 2つの異なる目がそれぞれ2つずつ出る確率
- (4) 2つのさいころに同じ目が出て、他の2つにはその目と異なりかつ互いに異なる目が出る確率
- (5) 連続した4つの自然数の目が出る確率

11 数直線上を点Pが1ステップごとに、 $+1$ または -1 だけそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で移動する。数直線上の値が3の点をAとして、PがAにたどり着くと停止する。

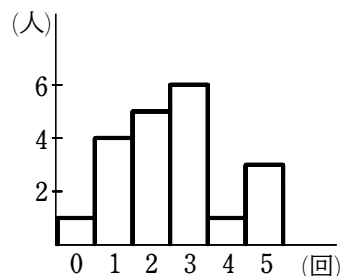
- (1) Pが原点Oから出発して、ちょうど5ステップでAにたどり着く確率を求めよ。
- (2) Pが原点Oから出発して、ちょうど6ステップで値が2の点Bにたどり着く確率を求めよ。
- (3) Pが原点Oから出発して、8ステップ以上移動する確率を求めよ。

12 正四面体ABCDを考える。点Pは時刻0では頂点Aに位置し、1秒ごとにある頂点から他の3頂点のいずれかに、等しい確率で動くとする。このとき、時刻0から時刻 n までの間に、4頂点A, B, C, Dのすべてに点Pが現れる確率を求めよ。ただし、 n は1以上の整数とする。

- ① 次のデータの第1四分位数，第2四分位数，第3四分位数を求めよ。

- (1) 12, 35, 47, 59, 68, 73, 74, 79, 87, 97
 (2) 2, 7, 10, 14, 22, 33, 48, 71, 84, 91, 96, 98

- ② 右のヒストグラムは，ある高校の生徒20人について，ある5日間に校内の売店を利用した回数を調べた結果である。



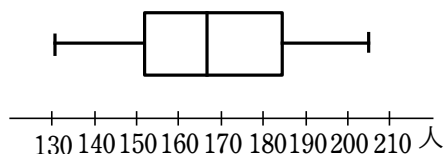
- (1) 利用回数の最頻値，中央値を求めよ。
 (2) 利用回数の平均値を求めよ。

- ③ 次のデータは，ある10人の生徒の数学のテストの得点である。ただし， a の値は0以上の整数である。

60 74 66 62 82 38 45 41 67 a (点)

- (1) a の値がわからないとき，このデータの中央値として何通りの値があり得るか。
 (2) このデータの平均値が60.0点のとき，このデータの中央値を求めよ。

- ④ 右の図は，ある店の30日間にわたる来客数のデータの箱ひげ図である。



この箱ひげ図から読み取れることとして正しいものを，次の①～③から1つ選べ。

- ① 来客数150人以上180人未満のところには，半分以上の日が分布している。
 ② 来客数が160人以上の日が15日以上あった。
 ③ 少なくとも2日は，来客数が200人以上である。

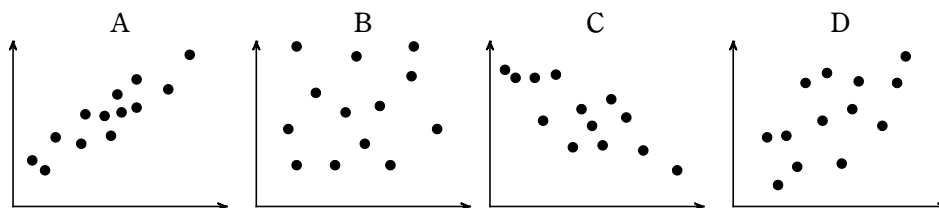
- ⑤ 次のデータは，あるパズルに挑戦した10人について，完成させるまでにかかった時間 x (分)をまとめたものである。ただし， x のデータの平均値を $\bar{x}$ で表し，20分を超えた人はいなかったものとする。次の問いに答えよ。

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
x	13	a	7	3	11	18	7	b	16	3
$(x - \bar{x})^2$	4	c	16	64	0	d	16	1	25	64

- (1) a, b, c, d の値を求めよ。
 (2) x のデータの分散と標準偏差を求めよ。ただし，小数第2位を四捨五入せよ。

- ⑥ 下の A ～ D の散布図と対応する相関係数 r の値の組について適当なものを、次の ① ～ ④の中から選べ。

- ① A : $r=0.8$ B : $r=0.6$ C : $r=-0.6$ D : $r=0.9$
 ② A : $r=0.9$ B : $r=0.1$ C : $r=-0.8$ D : $r=0.6$
 ③ A : $r=0.8$ B : $r=-0.1$ C : $r=0.7$ D : $r=0.7$
 ④ A : $r=-0.9$ B : $r=-0.1$ C : $r=0.8$ D : $r=0.8$



- ⑦ 下の表は、10 人の生徒に 30 点満点の 2 種類のテスト A, B を行った得点の結果である。テスト A, B の得点をそれぞれ x , y とするとき、 x と y の相関係数 r を求めよ。ただし、小数第 3 位を四捨五入せよ。

生徒番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	29	25	22	28	18	23	26	30	30	29
y	23	23	18	26	17	20	21	20	26	26

- ⑧ 30 個の値からなるデータがあり、そのうちの 20 個の値の平均値は 7、分散は 5、残り 10 個の値の平均値は 4、分散は 8 である。
 (1) このデータ全体の平均値を求めよ。 (2) このデータ全体の分散を求めよ。

- ⑨ n 個の値の組として与えられている 2 つの変数 X , Y に対し、新たな変数 X' , Y' を $X' = aX + b$, $Y' = cY + d$ (a, b, c, d は定数で、 $a \neq 0, c \neq 0$) によって定義する。
 次の ア ～ ウ に当てはまるものを、下の ⑩ ～ ⑰ のうちからそれぞれ 1 つずつ選べ。

- (1) X' の分散は、 X の分散の ア 倍になる。
 (2) X' と Y' の共分散は、 X と Y の共分散の イ 倍である。
 (3) X' と Y' の相関係数は、 X と Y の相関係数の ウ 倍である。

- ⑩ a ⑪ a^2 ⑫ ac ⑬ $\frac{ac}{|ac|}$ ⑭ b ⑮ b^2 ⑯ bd ⑰ $|bd|$

BASIC問題

- [1] $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の等式を満たす θ の値を求めよ。

(1) $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ (2) $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\tan \theta = \sqrt{3}$

- [2] $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の不等式を解け。

(1) $2\cos \theta \leq -\sqrt{2}$ (2) $-\sqrt{2}\sin \theta + 1 \geq 0$ (3) $\sqrt{3}\tan \theta - 1 < 0$

- [3] α, β, γ は鋭角で、 $\tan \alpha = 2$, $\tan \beta = 5$, $\tan \gamma = 8$ であるとき、次の値を求めよ。

(1) $\tan(\alpha + \beta + \gamma)$ (2) $\alpha + \beta + \gamma$

- [4] $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ で、 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ のとき、 $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\cos \frac{\alpha}{2}$ の値を求めよ。

- [5] 次の式の値を求めよ。

(1) $\sqrt{3}\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}$ (2) $\sin \frac{5}{12}\pi - \cos \frac{5}{12}\pi$

- [6] $2\sin 4\theta \cos 2\theta$ を和の形、 $\cos 5\theta + \cos 3\theta$ を積の形にせよ。

Standard問題

- [7] $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ における関数 $y = 3\sin x + 4\cos x$ の最大値と最小値を求めよ。

また、最大値を与える x に対する $\tan x$ の値を求めよ。

- [8] 関数 $y = \sin x + \cos x + 2\sin x \cos x + 1$ の最大値、最小値を求めよ。

- [9] 次の関数の最大値、最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

$$y = \sin^2 x + 2\sin x \cos x + 3\cos^2 x \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

- [10] $\theta = 18^\circ$ のとき、 $\sin 2\theta = \cos 3\theta$ であることを示せ。また、これを利用して、 $\sin 18^\circ$ の値を求めよ。

- [11] 次の値を求めよ。

(1) $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$ (2) $\sin 20^\circ + \sin 140^\circ + \sin 260^\circ$

実戦問題

- 12 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式、不等式を解け。

(1) $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

(2) $\cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) > 1$

(4) $\sin\left(2\theta + \frac{\pi}{6}\right) \leq -\frac{1}{2}$

- 13 a を定数とする。 x についての方程式 $\cos^2 x + 2a \sin x - a - 1 = 0$ の $0 \leq x < 2\pi$ における異なる実数解の個数が2個となるための a の条件を求めよ。

- 14 地上にいる人が、高さ 200 m の高層ビルの屋上に立っている高さ 50 m の鉄塔を見る。鉄塔の上端を A、この人を B、鉄塔の下端を C とするとき、 $\angle ABC$ が最大となるのはこの人がビルから何 m 離れたときか。ただし、この人の身長は無視することとし、また、ビルや鉄塔の水平方向の大きさも無視する。

- 15 以下の問いに答えよ。必要ならば、等式 $\cos 3\theta = 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta$ を利用してよい。

(1) $2\cos 80^\circ$ は 3 次方程式 $x^3 - 3x + 1 = 0$ の解であることを示せ。

(2) $x^3 - 3x + 1 = (x - 2\cos 80^\circ)(x - 2\cos \alpha)(x - 2\cos \beta)$ となる角度 α, β を求めよ。ただし $0^\circ < \alpha < \beta < 180^\circ$ とする。

- 16 次の関係式が成り立つとき、 $\triangle ABC$ はどのような形の三角形か。

$$\cos A + \cos B = \sin C$$

BASIC問題

[1] (1) $\sqrt[3]{24} + \frac{4}{3}\sqrt[6]{9} + \sqrt[3]{-\frac{1}{9}}$ を簡単にせよ。

(2) $\frac{\sqrt{2^3} \times 2^2 \times (2^2 \times 3^2)^3}{6^5 \times 4^2} \div \frac{\sqrt{2} \times 2}{2^3}$ を簡単にせよ。

[2] 次の数の大小を不等号を用いて表せ。

(1) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[6]{7}$

(2) $2^{30}, 3^{20}, 10^{10}$

[3] $x^{\frac{1}{4}} + x^{-\frac{1}{4}} = 3$ のとき, $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}, x^{\frac{1}{8}} + x^{-\frac{1}{8}}$ の値を求めよ。

[4] 次の計算をせよ。

$$\frac{1}{2}\log_3 49 + \log_3 \frac{12}{7} - \log_3 \frac{4}{9}$$

[5] (1) $\log_5 2 = a$ とおくとき, $\log_{25} 64$ を a で表せ。

(2) $\log_2 3 = a, \log_3 7 = b$ とおくとき, $\log_6 84$ を a, b で表せ。

[6] 70 % の花粉を除去できるフィルターがある。99.99 % より多くの花粉を一度に除去するには、このフィルターは最低何枚必要か。ただし $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

Standard問題篇

[8] $5^x = 7^y = 35^4$ のとき, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ の値を求めよ。

[9] 次の方程式, 不等式を解け。

(1) $2^x - 24 \cdot 2^{-x} = 5$

(2) $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{x+3} > \frac{2}{81}$

[10] 次の不等式を解け。

(1) $\log_2(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(3-x) \leq 0$

(2) $2\log_3(x-4) - \log_3(x+6) \leq 2$

(3) $2 - \log_{\frac{1}{3}} x > (\log_3 x)^2$

[11] ある自然数 n に対して 2^n は 22 桁で最高位の数字が 4 となる。

$\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$ として, n の値を求めよ。また, 2^n の末尾の数字を求めよ。

[12] 0.15^{70} を小数で表すとき, 次の問いに答えよ。

(1) 小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか。

(2) (1)において, その初めて現れる 0 でない数字を答えよ。

ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

実戦問題篇

- 13 連立方程式
$$\begin{cases} 8 \cdot 3^x - 3^y = -27 \\ \log_2(x+1) - \log_2(y+3) = -1 \end{cases}$$
 を解け。
- 14 関数 $y = 8(2^x + 2^{-x}) - (4^x + 4^{-x}) - 10$ について、 $2^x + 2^{-x} = t$ とおくとき、 y を t の式で表せ。また、 y の最大値とそのときの x の値を求めよ。
- 15 不等式 $\log_x(2x - y + 1) > 2$ が表す領域を図示せよ。ただし、 $x > 0$ かつ $x \neq 1$ とする。

BASIC問題

- [1] 2点 $A(-3)$, $B(5)$ について、次のものを求めよ。
- (1) 2点 A , B 間の距離
 - (2) 線分 AB を $3:1$ に内分, 外分する点の座標
 - (3) 線分 AB の中点
- [2] 次の直線の方程式を求めよ。
- (1) 点 $(6, -1)$ を通り, 直線 $2x - y + 4 = 0$ に平行な直線, 垂直な直線
 - (2) 点 $(-2, 3)$ を通り, 直線 $5x + 2y - 3 = 0$ に平行な直線, 垂直な直線
 - (3) 点 $(1, -1)$ を通り, 2点 $(-4, -5)$, $(8, 1)$ を通る直線に平行な直線, 垂直な直線
- [3] (1) 2点 $(3, 4)$, $(5, -2)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。
 (2) 3点 $(3, 1)$, $(6, -8)$, $(-2, -4)$ を通る円の方程式を求めよ。
- [4] k を定数とする。点 $(2, 1)$ から直線 $kx + y + 1 = 0$ へ下ろした垂線の長さが $\sqrt{3}$ となるように, k の値を定めよ。

STANDARD問題

- [5] 直線 $3x - 4y - 1 = 0$ を ℓ とする。直線 ℓ に関して点 $A(2, 5)$ と対称な点を B , 点 A から ℓ に下ろした垂線と ℓ との交点を H とするとき, 次のものを求めよ。
- (1) 点 B の座標
 - (2) 点 H の座標
- [6] 3直線 $x + 3y - 2 = 0$ …… ①, $x + y = 0$ …… ②, $ax - 2y + 4 = 0$ …… ③ が三角形を作らないとき, 定数 a の値を求めよ。
- [7] 点 $(-1, 2)$ を通り, x 軸, y 軸に接するような円の方程式を求めよ。
- [8] 円 $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ と直線 $ax + y + a = 0$ が異なる2点 A, B で交わる。
- (1) $a = -1$ のとき, 弦 AB の長さを求めよ。
 - (2) 弦 AB の長さが最大となるとき, 定数 a の値を求めよ。
- [9] 2つの円 $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 12 = 0$ …… ①, $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ …… ② について, 次の問いに答えよ。
- (1) 2つの円 ①, ② は異なる2点で交わることを示せ。
 - (2) 2つの円 ①, ② の2つの交点と点 $(4, 0)$ を通る円の方程式を求めよ。

実戦問題

- [10] 座標平面上に2点 $A(-2, 3)$, $B(0, 1)$ と放物線 $y = x^2 - 8x + 15$ がある。点 P が放物線上の $1 \leq x \leq 7$ の範囲を動くとき、 $\triangle PAB$ の面積が最小となるときの点 P の座標を求めよ。
- [11] 点 $P(7, 1)$ から円 $x^2 + y^2 = 25$ に引いた2本の接線の接点を A, B とするとき、直線 AB の方程式を求めよ。
- [12] 円 $x^2 + y^2 = 4$ …… ① と円 $(x-5)^2 + y^2 = 1$ …… ② の共通接線の方程式を求めよ。