

【2012】

4 男子6名、女子6名、計12名の生徒を4名1班で構成して3班に分ける。次の問い（問1～3）の各枠にあてはまる数字をマークせよ。

問1 男女の区別なしで3班に分ける分け方は全部で
 通りある。

問2 各班を男子2名、女子2名にする分け方は全部で
 通りある。

問3 各班に必ず男女が混じる分け方は全部で
 通りある。

【2011】

4 さいころを続けて3回投げ、1回目、2回目、3回目に出た目をそれぞれ a 、 b 、 c とする。次の問い（問1～3）の各枠にあてはまる数字をマークせよ。

問1 $a < b < c$ になる確率は、

(47)
(48)
(49)

 である。

問2 $a \leq b \leq c$ になる確率は、

(50)
(51)
(52)

 である。

問3 $a \leq b < c$ になる確率は、

(53)
(54)
(55)
(56)
(57)

 である。

【2010】

4 1、2、3の数字が1つずつ書かれたカードがそれぞれ3枚、合計9枚ある。これら9枚のカードをよく切って、A、Bの各人に2枚ずつ配った。次の問い（問1～2）の各枠にあてはまる数字をマークせよ。

問1 A、B共に、2枚のカードが同じ数字（例えばAが1と1、Bが2と2）である確率は
 である。

問2 A、Bのうち一人は2枚のカードが同じ数字で、もう一人は異なる数字である確率は
 である。

【2009】

4 袋の中に赤玉と白玉がそれぞれ5個ずつ入っている。この中からまずAが無作為に3個取り出し、次にBが残りから無作為に4個を取り出すとする。以下の確率を求めなさい。

問1 A, Bそれぞれが取り出す赤玉の数が同数になる確率は

$$\frac{\boxed{36} \boxed{37}}{\boxed{38} \boxed{39}} \text{ である。}$$

問2 Bが赤玉を3個以上取り出す確率は $\frac{\boxed{40} \boxed{41}}{\boxed{42} \boxed{43}}$ である。

【2008】

4 1つのサイコロを続けて4回振るとき、以下の確率を求めなさい。

問1 1, 1, 6, 6あるいは2, 3, 2, 3のように同じ目が2回ずつ出る確

率は $\frac{\boxed{34}}{\boxed{35} \boxed{36}}$ である。

問2 1, 3, 5, 6のように振るごとに目の数が増えていく確率は

$$\frac{\boxed{37}}{\boxed{38} \boxed{39} \boxed{40}} \text{ である。}$$

問3 目の数の和が20以下になる確率は $\frac{\boxed{41} \boxed{42} \boxed{43} \boxed{44}}{\boxed{45} \boxed{46} \boxed{47} \boxed{48}}$ である。

【2012】

＜男女 12 人を 4 人ずつ 3 班に分ける場合の数＞

問 1. 4 人ずつ A, B, C の 3 つの班に分けると考えた場合の分け方は

$${}_{12}C_4 \times {}_8C_4 \times {}_4C_4 = 34650 \text{ 通り}$$

この分け方から A, B, C の区別をなくしたものが 3 班の組み分けの数であるから

$$\frac{34650}{3!} = 5775 \text{ 通り} \quad (\rightarrow (37) \sim (40))$$

問 2. 男女 2 人ずつを A, B, C の 3 つの班に分けると考えた場合の分け方は

$$({}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2)^2 = 8100 \text{ 通り}$$

問 1 と同様に, A, B, C の区別をなくせばよいので

$$\frac{8100}{3!} = 1350 \text{ 通り} \quad (\rightarrow (41) \sim (44))$$

問 3. 各班に必ず男女が混じる分け方は, 問 2 の 2 人ずつの分け方と, (男, 女) = (3, 1), (2, 2), (1, 3) の 3 班に分ける分け方のいずれかである。

前者の場合は 1350 通り

後者の場合は ${}_6C_3 \times {}_3C_2 \times {}_1C_1 \times {}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 = 3600$ 通り

であるから, 求める場合の数は

$$1350 + 3600 = 4950 \text{ 通り} \quad (\rightarrow (45) \sim (48))$$

【2011】

問1. すべての目の出方は、 6^3 通り。

$a < b < c$ を満たす目の出方は、 ${}_6C_3 = 20$ 通り。

よって、求める確率は $\frac{20}{6^3} = \frac{5}{54}$ (→ (47)~(49))

問2. $a \leq b \leq c$ を満たす目の出方は

- (i) $a < b < c$ つまり、異なる3つの目が出る場合。
- (ii) $a = b < c$ または $a < b = c$ つまり、2種類の目が出る場合。
- (iii) $a = b = c$ つまり、1種類の目が出る場合。

以上のいずれかであり、この3つは排反であるから、求める確率は

$$\frac{{}_6C_3 + {}_6C_2 \times 2 + {}_6C_1}{6^3} = \frac{7}{27} \quad (\rightarrow (50) \sim (52))$$

問3. 問2より、求める確率は

$$\frac{{}_6C_3 + {}_6C_2}{6^3} = \frac{35}{216} \quad (\rightarrow (53) \sim (57))$$

【2010】

問1 Aが1と1、Bが2と2である確率を P_1 とすると

$$P_1 = \frac{{}_3C_2}{{}_9C_2} \cdot \frac{{}_3C_2}{{}_7C_2} = \frac{1}{84}$$

ここで、AとBのカードの数字の入れ替えが2通り、3種類の数字から2つを選ぶ選び方が3通りあるから、求める確率は

$$P_1 \times 2 \times 3 = \frac{1}{14} \quad (\rightarrow (35) \sim (37))$$

問2 Aが a と a 、Bが a と b (a, b は1～3の数)である確率を P_2 とすると、 a と b の選び方が6通りあるから

$$P_2 = \frac{{}_3C_2}{{}_9C_2} \cdot \frac{{}_1C_1 \cdot {}_3C_1}{{}_7C_2} \cdot 6 = \frac{1}{14}$$

Aが a と a 、Bが b と c である確率を P_3 とすると、 a, b, c の選び方は3通りあるから

$$P_3 = \frac{{}_3C_2}{{}_9C_2} \cdot \frac{{}_3C_1 \cdot {}_3C_1}{{}_7C_2} \cdot 3 = \frac{3}{28}$$

AとBの入れ替えを考えて、求める確率は

$$(P_2 + P_3) \times 2 = \frac{5}{14} \quad (\rightarrow (38) \sim (40))$$

【2009】

問1 (i)赤玉が1個の場合

$$\frac{{}_5C_1 \cdot {}_5C_2}{{}_{10}C_3} \cdot \frac{{}_4C_1 \cdot {}_3C_3}{{}_7C_4} = \frac{1}{21}$$

(ii)赤玉が2個の場合

$$\frac{{}_5C_2 \cdot {}_5C_1}{{}_{10}C_3} \cdot \frac{{}_3C_2 \cdot {}_4C_2}{{}_7C_4} = \frac{3}{14}$$

よって、求める確率は

$$\frac{1}{21} + \frac{3}{14} = \frac{11}{42} \quad (\rightarrow (36) \sim (39))$$

問2 (i)Aが赤玉0個の場合、Bが赤玉3個または4個の確率は

$$\frac{{}_5C_3}{{}_{10}C_3} \left(\frac{{}_5C_3 \cdot {}_2C_1}{{}_7C_4} + \frac{{}_5C_4}{{}_7C_4} \right) = \frac{5}{84}$$

(ii)Aが赤玉1個の場合、Bが赤玉3個または4個の確率は

$$\frac{{}_5C_1 \cdot {}_5C_2}{{}_{10}C_3} \left(\frac{{}_4C_3 \cdot {}_3C_1}{{}_7C_4} + \frac{{}_4C_4}{{}_7C_4} \right) = \frac{13}{84}$$

(iii)Aが赤玉2個の場合、Bが赤玉3個の確率は

$$\frac{{}_5C_2 \cdot {}_5C_1}{{}_{10}C_3} \cdot \frac{{}_3C_3 \cdot {}_4C_1}{{}_7C_4} = \frac{1}{21}$$

よって、求める確率は

$$\frac{5}{84} + \frac{13}{84} + \frac{1}{21} = \frac{11}{42} \quad (\rightarrow (40) \sim (43))$$

【2008】

問1 同じ目が2回ずつ出る場合の数は、6つの目から2つを選びそれを並べ替えた数に等しいから

$${}_6C_2 \times \frac{4!}{2!2!} = 90 \text{ (通り)}$$

全事象は 6^4 だから、求める確率は $\frac{90}{6^4} = \frac{5}{72}$ (← ㉔～㉖)

問2 サイコロを振るごとに目の数が増えていく場合の数は、6つの目から4つを選びそれを小さい順に並べ替えた数に等しいから

$${}_6C_2 = 15 \text{ (通り)}$$

よって、求める確率は $\frac{15}{6^4} = \frac{5}{432}$ (← ㉗～㉙)

問3 出た目の数の和が21以上になる場合の数は

(i) 6の目が4つ出る場合…1通り。

(ii) 6の目が3つ出る場合…残る1つは3, 4, 5の3通りである。

並べ替えは $\frac{4!}{3!} = 4$ (通り) あるので $3 \times 4 = 12$ (通り)

(iii) 6の目が2つ出る場合…残る2つは {5, 5}, {5, 4} である。

{5, 5} のとき、並べ替えは $\frac{4!}{2!2!} = 6$ (通り)

{5, 4} のとき、並べ替えは $\frac{4!}{2!} = 12$ (通り)

となり、計18通り。

(iv) 6の目が1つ出る場合…残る3つすべてが5のときである。

並べ替えは $\frac{4!}{3!} = 4$ (通り)

出た目の数の和が21以上になる場合の数は、以上のときのみで合計35通り。

求める確率は、これの余事象なので

$$1 - \frac{35}{6^4} = \frac{1261}{1296} \quad (\leftarrow \text{㉚} \sim \text{㉜})$$