和尚の数学♪過去問めぐり・北里の確率

1　2011 北里大学

(2)　n が $4 \leqq n \leqq 9$ を満たす自然数のとき，4 個の数字 1，2，3，n を用いて 4 桁の整数をつくる。

(ⅰ)　$n=5$ のとき，3000 より小さい数は全部で［　(オ)　］個できる。

(ⅱ)　1 つの n に対して，1，2，3，n からつくられる 4 桁の整数のうち，2000 より小さい数の総和を S_n とするとき，S_n を n を用いて表わすと，$S_n =$［　(カ)　］である。$S_n = 8442$ となるときの n の値は［　(キ)　］である。

2　2010 北里大学 1/30,選抜入試(１次) 医

(3)　赤，青，黄，緑のカードが 2 枚ずつ合計 8 枚ある。8 枚のカードから 4 枚を取り出し，左から順に並べるとき，

(ⅰ)　並べたものに緑のカードがない確率は［　(コ)　］である。

(ⅱ)　並べたものが 2 色からなる確率は［　(サ)　］である。

(ⅲ)　並べたものが 4 色からなる確率は［　(シ)　］である。

(ⅳ)　同じ色のカードが隣り合わないように並ぶ確率は［　(ス)　］である。

3　2009 北里大学 1/25,選抜入試(第１次) 医

(3)　6 個の箱があり，1 から 6 まで番号がついている。さいころを振り，出た目の数と同じ数のついた箱に球を 1 つ入れる。ただし，球は元に戻さない。これを 4 回繰り返す。

(ⅰ)　1 個の箱にだけ球が入る確率は［　(コ)　］である。

(ⅱ)　番号 1 のついた箱と番号 2 のついた箱の両方に球が入り，他の箱には球が入らない確率は［　(サ)　］である。

(ⅲ)　2 個の箱に 2 つずつ球が入る確率は［　(シ)　］である。

(ⅳ)　4 個の箱に 1 つずつ球が入る確率は［　(ス)　］である。

4　2008 北里大学 1/27, 第 1 次試験 医

(4)　表にダイヤ，スペード，ハート，クラブのマークが書かれた札がそれぞれ 3 枚ずつ計 12 枚ある。各マークの札には 1 から 3 までの数字が順に 1 つずつ表にふられている。これら 12 枚の札を裏返しにしてから，3 枚の札を無作為に取り出す。

（ⅰ）　3 枚がすべて同じマークになる確率は [(シ)] である。

（ⅱ）　3 枚がすべて同じ数字になる確率は [(ス)] である。

（ⅲ）　3 枚のマークがすべて異なる確率は [(セ)] である。

（ⅳ）　3 枚のマークがすべて異なり，かつ数字もすべて異なる確率は [(ソ)] である。

5　2007 北里大学 1/28, 第 1 次試験 医

(3)　赤球，白球，黄球がそれぞれ 2 個，3 個，4 個入っている袋 A，3 個，4 個，2 個入っている袋 B，4 個，2 個，3 個入っている袋 C がある。A，B，C の袋から同時に 1 球ずつ取り出すとき，取り出された 3 球がすべて同じ色である確率は [(カ)] である。また取り出された 3 球がすべて異なる色である確率は [(キ)] である。

6　2006 北里大学 1/29, 第 1 次, 本学 医学部

(4)　A 氏, B 氏はそれぞれ 1 から 4 までの番号が 1 つずつ書いてある 4 枚のカードを持っている。1 枚ずつカードを出し合い，次の回には残りのカードから 1 枚ずつ出し合う。

（ⅰ）　1 回目にカードの番号が同じになる確率は [(セ)] である。

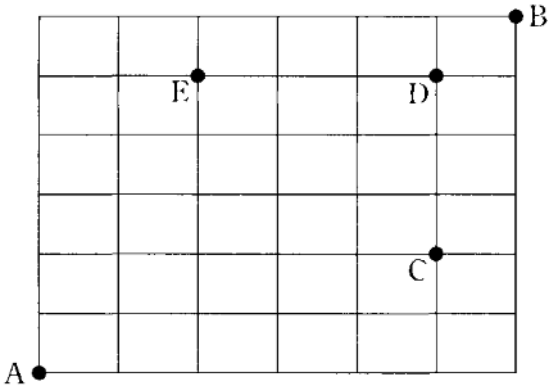
（ⅱ）　2 回目に初めてカードの番号が同じになる確率は [(ソ)] である。

（ⅲ）　3 回目に初めてカードの番号が同じになる確率は [(タ)] である。

（ⅳ）　4 回目に初めてカードの番号が同じになる確率は [(チ)] である。

7　2005 北里大学 1/23, 第 1 次試験, 本学 医学部

(4)　次図のように，縦 7 本，横 7 本の道がある。A 地点から B 地点まで最短経路を行くとする。



(i)　A から B までの行き方は［　(シ)　］通りある。

(ii)　(i)のうち，C を通る行き方は［　(ス)　］通りある。

(iii)　(i)のうち，C，D，E のどの地点も通らない行き方は［　(セ)　］通りある。

8　2004 北里大学 1/25, 第 1 次試験, 本学 医学部

(4)　4 人でじゃんけんをして，負けた者から順にぬけてゆき，最後に残った 1 人を勝者とする。このとき，1 回のじゃんけんで 1 人の勝者が決まる確率は［　(シ)　］である。1 回目終了後に 2 人が残っている確率は［　(ス)　］，4 人とも残っている確率は［　(セ)　］である。また，2 回目のじゃんけんで 1 人の勝者が決まる確率は［　(ソ)　］である。

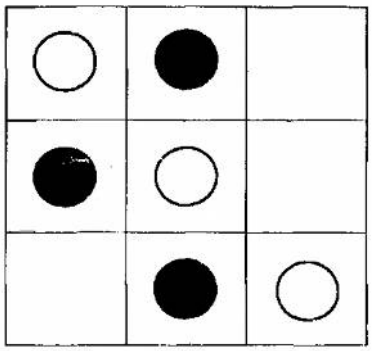
9　2003 北里大学 1/26, 第 1 次試験, 本学 医学部

(4)　縦 3 列，横 3 列，合計 9 つのますの中に黒石 3 つ，白石 3 つ，合計 6 つの石を置く。1 つのますの中には，石は 1 つしか置けない(下記図参照)。

（ⅰ）　6 つの石の置き方は全部で [(コ)] 通りある。

（ⅱ）　黒石が縦または横の 1 列に並ぶ場合の総数は [(サ)] である。

（ⅲ）　縦のどの列にも黒石と白石が置いてあり，かつ横のどの列にも黒石と白石が置いてある場合の総数は [(シ)] である。



10　2002 北里大学 1/27, 第 1 次試験, 本学 医学部

(3)　16 人の選手がいて，4 人ずつ赤，白，青，黄のユニフォームを着ている。同じ色のユニフォームを着ている 4 人はそれぞれ赤，白，青，黄の帽子をかぶっている。今 16 人の選手から 4 人を無作為に選び出す。

　このとき，4 人が同じ色のユニフォームを着ている確率は [(ク)]，4 人のそれぞれが同じ色のユニフォームと帽子を身につけている確率は [(ケ)] である。また，4 人のユニフォームの色が 2 色になる確率は [(コ)] である。

11　2001 北里大学 1/28, 第 1 次試験, 本学 医学部

(2)　6 個の箱があり，これらの箱には 1 から 6 までの番号がふられている。また，1 から 6 までの番号札があり，よくきったのち，それらを 1 枚ずつそれぞれの箱の中に入れる。このとき番号札の番号と箱の番号が一致する札の枚数を n とすると，$n=6$ となる確率は [(ウ)]，$n=4$ となる確率は [(エ)]，$n=2$ となる確率は [(オ)] である。

【解答１】2011（ｉ） 12　　（ii）(カ) $7110+222n$　(キ) 6

(2) (i) 4個の数字1, 2, 3, 5を用いて4桁の整数をつくるから，千位の数字が1または2であればよい。

よって　$2\times{}_3\mathrm{P}_2=12$ 個

(ii) 千位の数字が1であればよい。つくられる整数は

①百位の数字が n のとき　$100n+1023$　$100n+1032$

②十位の数字が n のとき　$10n+1203$　$10n+1302$

③一位の数字が n のとき　$n+1230$　$n+1320$

の6個であるから，その総和 S_n は　$S_n=222n+7110$

$222n+7110=8442$ とおくと　$222n=1332$　∴　$n=6$

【解答２】2010（ｉ） $\frac{3}{14}$　（ii） $\frac{3}{35}$　（iii） $\frac{8}{35}$　（iv） $\frac{3}{5}$

(3) すべてのカードを区別して考えると，カードの並べ方の総数は

${}_8\mathrm{P}_4=1680$ 通り

(i) 緑以外の6枚の中から4枚を選んで並べる場合の数は

${}_6\mathrm{P}_4=360$ 通り

よって求める確率は　$\frac{360}{1680}=\frac{3}{14}$

(ii) 4色の中から2色を選ぶ選び方は ${}_4\mathrm{C}_2=6$ 通りで，選んだ2色の4枚のカードの並べ方は $4!=24$ 通りである。

よって求める確率は　$\frac{6\times24}{1680}=\frac{3}{35}$

(iii) 各色から1枚ずつ選ぶ選び方は $2^4=16$ 通り，選んだ4枚のカードの並べ方は $4!=24$ 通りである。

よって求める確率は　$\frac{16\times24}{1680}=\frac{8}{35}$

(iv) 同じ色のカードが隣り合う場合をまず考える。

① 並べたものが3色からなるときは，1色だけが隣り合う場合であり，隣り合う色の選び方は4通り。残りの2枚は3色から2色を選ぶが，各色2枚ずつあるから，残り2枚の選び方は ${}_3\mathrm{C}_2\times2^2=12$ 通り。隣り合う2枚と残りの2枚の並べ方は，隣り合う2枚の左右を考えて $3!\times2=12$ 通りであるから，場合の数は

$4\times12\times12=576$ 通り

② 並べたものが2色からなるときは，2色とも隣り合う場合と，1色だけが隣り合う場合がある。

2色とも隣り合う場合は，2色の選び方が ${}_4\mathrm{C}_2=6$ 通りで，隣り合う2枚2組の並べ方は，隣り合う2枚の左右を考えて $2\times2^2=8$ 通りであるから

$6\times8=48$ 通り

1色だけが隣り合う場合は，隣り合う2枚が残りの2枚の間に入る場合であるから，同様に考えて

${}_4\mathrm{C}_2\times2\times2^2=48$ 通り

以上より，同じ色のカードが隣り合わない確率は

$$1-\frac{576+48\times2}{1680}=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$$

【解答３】2009（ｉ） $\frac{1}{216}$　（ii） $\frac{7}{648}$　（iii） $\frac{5}{72}$　（iv） $\frac{5}{18}$

(3)(i) $\left(\frac{1}{6}\right)^4 \times 6 = \frac{1}{216}$

(ii) 番号１だけ，あるいは番号２だけに入る場合は除くから

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4 - \left(\frac{1}{6}\right)^4 \times 2 = \frac{1}{81} - \frac{1}{648} = \frac{7}{648}$$

(iii) たとえば番号１と番号２の箱に２つずつ入る確率は ${}_4C_2 \times \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{1}{216}$

であり，２つの番号の選び方が ${}_6C_2$ 通りあるから

$$\frac{1}{216} \times {}_6C_2 = \frac{5}{72}$$

(iv) たとえば番号１から番号４までの箱に１つずつ入る確率は

$4! \times \left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{1}{54}$ であり，４つの番号の選び方が ${}_6C_4$ 通りあるから

$$\frac{1}{54} \times {}_6C_4 = \frac{5}{18}$$

【解答４】2008（ⅰ） $\frac{1}{55}$ （ⅱ） $\frac{3}{55}$ （ⅲ） $\frac{27}{55}$ （ⅳ） $\frac{6}{55}$

(4) (i) マークは4種類あるから

$$\frac{4}{{}_{12}C_3}=\frac{4}{220}=\frac{1}{55}$$

(ii) 各数字4枚ずつあるので

$$\frac{3\times{}_4C_3}{{}_{12}C_3}=\frac{3\times4}{220}=\frac{3}{55}$$

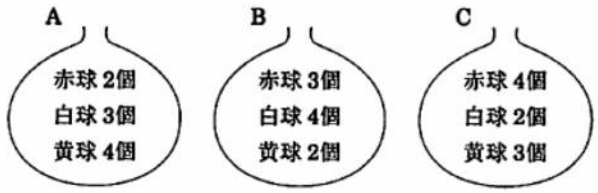
(iii) 4種類のマークから3種類を選ぶ方法は ${}_4C_3$ 通り。各マークについて選ばれる数字は何でもかまわないので，求める確率は

$$\frac{{}_4C_3\times3^3}{{}_{12}C_3}=\frac{4\times3^3}{220}=\frac{27}{55}$$

(iv) ここでは数字の重複は許されないので

$$\frac{{}_4C_3\times{}_3P_3}{{}_{12}C_3}=\frac{4\times3\cdot2\cdot1}{220}=\frac{6}{55}$$

【解答５】2007 (カ) $\frac{8}{81}$ (キ) $\frac{19}{81}$



取り出された3球がすべて同じ色

(i) すべて赤色

$$\frac{2}{9}\times\frac{3}{9}\times\frac{4}{9}=\frac{8}{243}$$

(ii) すべて白色

$$\frac{3}{9}\times\frac{4}{9}\times\frac{2}{9}=\frac{8}{243}$$

(iii) すべて黄色

$$\frac{4}{9}\times\frac{2}{9}\times\frac{3}{9}=\frac{8}{243}$$

(i)～(iii)より，求める確率は

$$\frac{8}{243}\times3=\frac{8}{81}\quad(\rightarrow(カ))$$

また，取り出された3球がすべて異なる色となる球の取り出し方は

(A，B，C)＝(赤，白，黄)，(赤，黄，白)，(白，赤，黄)，
(白，黄，赤)，(黄，赤，白)，(黄，白，赤)

の6通りあるので，求める確率は

$$\frac{2}{9}\times\frac{4}{9}\times\frac{3}{9}+\frac{2}{9}\times\frac{2}{9}\times\frac{2}{9}+\frac{3}{9}\times\frac{3}{9}\times\frac{3}{9}+\frac{3}{9}\times\frac{2}{9}\times\frac{4}{9}$$
$$+\frac{4}{9}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{9}+\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}=\frac{171}{729}=\frac{19}{81}\quad(\rightarrow(キ))$$

【解答６】2006 (セ) $\frac{1}{4}$ (ソ) $\frac{1}{6}$ (タ) $\frac{1}{8}$ (チ) $\frac{1}{12}$

(4) (i) A，Bがともに１回目でカード[1]を出す確率は

$$\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{4}\right)^2$$

カード[2]，[3]，[4]のときも，それぞれの確率は $\left(\frac{1}{4}\right)^2$ であるから，求める確率は　$4\times\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{4}$

(ii) １回目にカードの番号が同じにならない確率は $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ である。２回目には，１回目に出された２枚のカード以外の２つの番号のカードが一致すればよい。よって，求める確率は

$$2\times\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{6}$$

(例)	A		B	
１回目	[1]	⇄	[2]	⇨$\frac{3}{4}$
２回目	[3]		[3]	⇨$\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$
	または			
	[4]		[4]	⇨$\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$

(iii) ２回目までにカードの番号が同じにならないのは，次の２つのケースが考えられる。

(ア) ２回目までに２つの番号を使用する場合

(例)	A		B	
１回目	[1]		[2]	⇨${}_4P_2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$
２回目	[2]		[1]	順序および[1][2]以外も考えて
３回目	[3]		[3]	⇨${}_4P_2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$
	または			
	[4]		[4]	⇨${}_4P_2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$

３回目に初めてカードの番号が同じになる確率は

$$2\times{}_4P_2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{24}$$

(イ) ２回目までに３つの番号を使用する場合

(例)	A	B	
１回目	[1]	[2]	⇨${}_4P_2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2$
２回目	[3]	[1]	⇨${}_4P_2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\times4\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$
	[2]	[3]	
３回目	[4]	[4]	⇨${}_4P_2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\times4\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$

１回目に使うカードの選び方は　${}_4P_2=12$〔通り〕

２回目のカードの選び方は，片方は１回目に使った２つの番号以外を選び，他方は１回目で使った２つの番号のいずれか１つを選べばよいから

$2\times2=4$〔通り〕

３回目に同じ番号のカードを選ぶためには，残りの２枚から同じ番号のカ

ードを選び出せばよい。

よって，その確率は　$_4P_2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\times4\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{12}$

したがって，(ア)，(イ)より，3回目に初めてカードの番号が同じになる確率は

$$\frac{1}{24}+\frac{1}{12}=\frac{1}{8}$$

(iv) Aが1回目から4回目までに取り出すカードの取り出し方は

$_4P_4=24$〔通り〕

4回目に初めてカードを一致させようとするためには，Bの1回目のカードの選び方はAが1回目に選んだカード以外，4回目に一致させるカード以外の2通りあり，2回目，3回目は必然的にカードの番号が定まってしまう。

したがって，求める確率は

$$_4P_4\times2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{12}$$

(例)	A	B	
1回目	1	2 または 3	
		↓	↓
2回目	2	3	1
		↓	↓
3回目	3	1	2
		↓	↓
4回目	4	4	4

【解答7】2005 (i)(シ) 924　(ii)(ス) 105　(iii)(セ) 294

(4) (i) AからBまでの行き方は

$_{12}C_6=924$ (通り)

(ii) (i)のうち，Cを通る行き方は

$_7C_2\cdot{}_5C_1=105$ (通り)

(iii) (i)のうち

Dを通る行き方は $_{10}C_5\cdot{}_2C_1=504$ (通り)

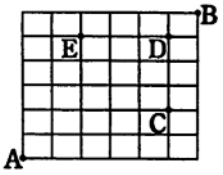
Eを通る行き方は(ii)と同じく105通り

CとDを通る行き方，DとEを通る行き方は，ともに

$_7C_2\cdot1\cdot{}_2C_1=42$ (通り)

よって，(i)のうちC，D，Eを通らない行き方は

$924-504-105-105+42+42=294$ (通り)



【解答8】2004 (シ) $\frac{4}{27}$　(ス) $\frac{2}{9}$　(セ) $\frac{13}{27}$　(ソ) $\frac{196}{729}$

(4) 1回のじゃんけんで1人の勝者が決まる確率は，4人のうち誰が勝者となるか，また，何の手で勝者となるかを考えることにより

$$4\times3\times\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{4}{27}$$

1回目終了後に2人が残っている確率は，どの2人が残るのか，また，何の手で残るのかを考えることにより　$_4C_2\times3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{2}{9}$

同様にして，1回目終了後に3人が残る確率は

$$_4C_3\times3\times\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\frac{1}{3}=\frac{4}{27}$$

したがって，余事象を考えることにより，4人とも残っている確率は

$$1-\frac{4}{27}-\frac{2}{9}-\frac{4}{27}=\frac{13}{27}$$

また，2回目のじゃんけんで1人の勝者が決まるのは，1回目終了後に残る人数が4人，3人，2人の3通りの場合があるので，上の結果を用いることにより

$$\frac{13}{27}\cdot\frac{4}{27}+\frac{4}{27}\cdot{}_3C_2\cdot3\left(\frac{1}{3}\right)^2\frac{1}{3}+\frac{2}{9}\cdot{}_2C_1\cdot3\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{196}{729}$$

【解答９】2003 (ｺ) 1680 (ｻ) 120 (ｼ) 12

(4) (i) ９個のマスに黒石３つ，白石３つの置き方は

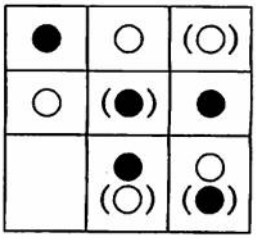
$${}_9C_3\times{}_6C_3=84\times20=1680\text{(通り)}$$

(ii) 黒石を縦または横１列に並べる方法が６通り，白石の置き方が${}_6C_3$通りある．したがって，場合の数は

$$6\times{}_6C_3=6\times20=120$$

(iii) 第１列目に黒石１つ，白石１つを置く方法は ${}_3P_2=6$(通り)
そのそれぞれに対して，第２列目の置き方が２通り，第３列目は一意的に決まるから，求める場合の数は

$$6\times2=12$$



【解答１０】2002 ｸ $\frac{1}{455}$，ｹ $\frac{1}{1820}$，ｺ $\frac{102}{455}$

(3) 16人の選手から４人を選ぶ方法は，全部で

$${}_{16}C_4=\frac{16\cdot15\cdot14\cdot13}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=4\times5\times7\times13\text{ (通り)}$$

４人が同じ色のユニフォームを着ている確率は

$$\frac{{}_4C_1\times{}_4C_4}{{}_{16}C_4}=\frac{4}{1820}=\frac{1}{455}\qquad\cdots\cdots\text{クの〔答〕}$$

ユニフォームと帽子が同色の選手は４人だから，４人がそれぞれ同じ色のユニフォームと帽子を身につけている確率は $\frac{1}{1820}$ ……ケの〔答〕

また，４人のユニフォームの色が２種類のとき，それが何色かで${}_4C_2$通り，選手は１人と３人，２人ずつに分かれるから

$${}_4C_2\left\{{}_4C_1\times{}_4C_3\times2+\left({}_4C_2\right)^2\right\}=6\times68\text{ (通り)}$$

よって $\frac{408}{1820}=\frac{102}{455}$ ……コの〔答〕

【解答１１】2001 (2)ウ $\frac{1}{720}$，エ $\frac{1}{48}$，オ $\frac{3}{16}$

(2) 6枚の札を6個の箱に1枚ずつ入れる方法は6!通り．札の番号と箱の番号がすべて一致する場合は1通りしかないので，その確率は

$$P(n=6)=\frac{1}{6!}=\frac{1}{720}$$

$n=4$ の場合，その4枚が何かによって ${}_6C_4$ 通り，残り2枚の入れ方は1通りに決まるから

$$P(n=4)=\frac{{}_6C_4}{6!}=\frac{15}{720}=\frac{1}{48}$$

次に，$n=2$ の場合を考える．2枚の決め方は ${}_6C_2$ 通りで，それが番号5，6の札とすれば残り4枚の入れ方は

$3\times3=9$(通り)

他の番号についても同様だから，求める確率は

$$P(n=2)=\frac{{}_6C_2\times9}{6!}=\frac{15\times9}{720}=\frac{3}{16}$$

箱	①	②	③	④
	2	1	3	4
札	2	3	4	1
	2	4	1	3

(①が3，4のときもそれぞれ3通り)