

数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。

2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。

3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。
- この線より上には解答を書かないこと。

【1】 次の各文の にあてはまる答を求めよ。

- (1)

1 辺の長さが 4 の正四面体 ABCD において、辺 BC の中点を E とおく。動点 P は $PE = \frac{1}{2} AE$ を満たしながら△AED の内部および周上を動くものとし、 $\angle PED = \theta$ とおく。このとき $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} =$ **ア** である。また、 $\overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PD}$ を θ を用いて表すと $\overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PD} =$ **イ** であり、その最大値は **ウ** である。 $\overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PD}$ が最大となるときの点 P と平面 ACD の距離は **エ** である。
- (2)

i を虚数単位とし、 $z_1 = \frac{(\sqrt{3} + i)^{17}}{(1 + i)^{19}(1 - \sqrt{3}i)^7}$ 、 $z_2 = -1 + i$ とする。 z_1 の偏角 θ のうち $0 \leq \theta < 2\pi$ を満たすものは $\theta =$ **オ** であり、 $|z_1| =$ **カ** である。複素数平面上で z_1 、 z_2 を表す点をそれぞれ A、B とする。このとき線分 AB を 1 辺とする正三角形 ABC の、頂点 C を表す複素数の実部は 0 または **キ** である。
 a 、 b を正の整数とし、複素数 $\frac{(\sqrt{3} + i)^7}{(1 + i)^a(1 - \sqrt{3}i)^b}$ の偏角の 1 つが $\frac{\pi}{12}$ であるとき、 $a + b$ の最小値は **ク** である。
- (3)

$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、関数 $f(\theta) = 2 \cos \theta (\sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta)$ の最大値は **ケ** である。 $g(x, y) = \frac{2\sqrt{3}xy + 2x^2}{x^4 + 2x^2y^2 + y^4 + 1}$ について考える。 a を正の定数とし、点 (x, y) が円 $x^2 + y^2 = a^2$ 上を動くとき、 $g(x, y)$ の最大値は a を用いて **コ** と表される。また、点 (x, y) が xy 平面全体を動くとき、 $g(x, y)$ の最大値は **サ** である。
- (4)

関数 $f(x)$ は微分可能であり、すべての実数 x について $f(x) = e^{2x+1} + 4 \int_0^x f(t) dt$ を満たすとする。関数 $g(x)$ を $g(x) = e^{-4x} f(x)$ により定めるとき、 $g'(x) =$ **シ** であり、 $f(x) =$ **ス** である。また、曲線 $y = f(x)$ と x 軸および y 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積は **セ** である。

解答欄

(1)	(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
(2)	(オ)	(カ)	(キ)	(ク)
(3)	(ケ)	(コ)	(サ)	
(4)	(シ)	(ス)	(セ)	

採点	
----	--

数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。

2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。

3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。
- この線より上には解答を書かないこと。

【2】 n を正の整数とし、1, 2, 3, 4, 5, 6 の6個の数字から同じ数字をくり返し用いることを許して n 桁の整数をつくる。このような整数のうち、1が奇数個用いられるものの総数を A_n 、それ以外のものの総数を B_n とする。また、1と6がいずれも奇数個用いられるものの総数を C_n とする。次の問に答えよ。

(1) A_4 を求めよ。

答

(2) 正の整数 n に対して、 A_{n+1} を A_n と B_n を用いて表せ。

答

(3) 正の整数 n に対して、 A_n と B_n を求めよ。

答 $A_n =$, $B_n =$

(4) p を定数とする。 $X_1 = p$, $X_{n+1} = 2X_n + 6^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)で定められる数列を $\{X_n\}$ とする。正の整数 n に対して、 X_n を n と p を用いて表せ。

答

(5) 正の整数 n に対して、 C_n を求めよ。

答

採点	
----	--

数 学

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。

2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。

3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。
- この線より上には解答を書かないこと。

【3】 関数 $f(x) = x^5 - 2x^3 + 9x$ について考える。実数 t に対して、曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(t, f(t))$ における接線と x 軸の交点の x 座標を $g(t)$ とおく。また、正の実数 t に対して $h(t) = \frac{g(t)}{t}$ とおく。次の問に答えよ。

(1) $g(t)$ を求めよ。

答

(2) $h'(t) = 0$ を満たす正の実数 t を求めよ。

答

(3) 実数 p は、すべての正の実数 t に対して $|h(t)| \leq p$ を満たすとする。このような p の最小値を求めよ。

答

(4) a を定数とする。 $a_1 = a$, $a_{n+1} = g(a_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)で定められる数列 $\{a_n\}$ に対して、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ となることを示せ。

採点	
----	--