過去問めぐり　通過領域

【１】2012 東京女子医科大学

t は $-1 \leqq t \leqq 1$ の範囲にあるとする。このとき直線 $y=2tx-t^2-1$ について次の問に答えよ。

(i) この直線が点 $\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{1}{4}\right)$ を通るような t の値を求めよ。

(ii) 与えられた範囲でどのように t を選んでも，この直線の通ることのできない点 $(x,\ y)$ の範囲を xy 平面上に図示せよ。

【２】2017 東北医科薬科大学

$0 \leqq t \leqq 1$ の範囲で線分 l_t ：$y = t^2 x - t^3$ $(0 \leqq x \leqq 3)$ が動く。このとき，次の問に答えなさい。

(1)　線分 l_1 と線分 $l_{\frac{1}{2}}$ の交点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}, \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}} \right)$ である。

(2)　線分 l_t 上の点 $(x,\ y)$ が動く領域 D は

$0 \leqq x \leqq \boxed{オ}$ のとき　$x - \boxed{カ} \leqq y \leqq \dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{クケ}} x^{\boxed{コ}}$

$\boxed{オ} \leqq x \leqq \dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ のとき　$\boxed{ス} \leqq y \leqq \dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソタ}} x^{\boxed{チ}}$

$\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}} \leqq x \leqq 3$ のとき　$\boxed{ツ} \leqq y \leqq x - \boxed{テ}$

である。

(3)　領域 D の面積は $\dfrac{\boxed{トナ}}{\boxed{ニヌ}}$ である。

【３】2010 杏林大学 1/22, 1 次 医

原点 O から点 $(1,\ 0)$ へ等速で x 軸上を動く点 $\mathrm{P}(t,\ 0)$ と，点 $(0,\ 8)$ から原点 O へ P の 8 倍の速さで y 軸上を動く点 Q がある。2 点 P，Q は同時に動き始めるものとする。

(a)　線分 PQ の長さが最小になるのは $t = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ のときであり，このとき $\mathrm{PQ} = \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}$ となる。

(b)　線分 PQ 上の点 $\mathrm{R}(x,\ y)$ を考える。t が 0 から 1 まで変化するとき，R の各 x 座標に対して y 座標の最大値を求めると

$$y = \boxed{\text{コ}}(1-x^r)^{\boxed{\text{サ}}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \ (*)$$

を得る。ここで $r = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(c)　線分 PQ が通過する領域の面積は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(d)　式(*)で表される曲線上の点 T のうち, 原点 O にもっとも近いのは T の x 座標が $\dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ のときである。このとき $\mathrm{OT} = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$ となる。

【４】　2020 杏林大学｜医学部

座標平面上に点 A(0, 6) があり，原点 O を中心とする半径 4 の円周を C とする。

(a)　円周 C 上の動点 P は，媒介変数 t を用いて $\left(\boxed{\text{ア}}\cos t,\ \boxed{\text{イ}}\sin t\right)$ と表される。

2 点 A，P の中点の座標は，

$$\left(\boxed{\text{ウ}}\cos t,\ \boxed{\text{エ}}+\boxed{\text{オ}}\sin t\right)$$

である。

(b)　線分 AP の垂直 2 等分線上の点 $(x,\ y)$ は，次式を満たす。

$$\left(\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}-\sin t\right)y = x\cos t+\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

(c)　動点 P が円周 C 上を 1 周動くとき，線分 AP の垂直二等分線が通過する領域は

$$\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}x^2+\frac{\left(y-\boxed{\text{ス}}\right)^2}{\boxed{\text{セ}}}\ \boxed{\text{ソ}}\ 1$$

を満たす点 $(x,\ y)$ の集合であり，$\boxed{\text{タ}}$ を表す。この領域の境界を表す 2 次曲線の焦点は，原点 O と

点 $\left(\boxed{\text{チ}},\ \boxed{\text{ツ}}\right)$ である。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群

①　$=$　　②　$>$　　③　$<$　　④　$\geqq$　　⑤　$\leqq$

$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

①　放物線を境界とし，その焦点を含む領域
②　放物線を境界とし，その焦点を含まない領域
③　だ円を境界とし，その焦点を含む領域
④　だ円を境界とし，その焦点を含まない領域
⑤　双曲線を境界とし，その焦点を含む領域
⑥　双曲線を境界とし，その焦点を含まない領域