

① 次の式を因数分解せよ。

$$(x-1)(x-2)(x+3)(x+4)-84$$

② 次の式を因数分解せよ。

(1)  $2x^2 + 5xy + 2y^2 + 5x + y - 3$

(2)  $6x^2 - 7ax + 2a^2 - 6x + 5a - 12$

③ 次の式を因数分解せよ。

(1)  $a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) + 2abc$

(2)  $(a+b-c)(ab-bc-ca) + abc$

④ 次の式を因数分解せよ。

$$x^4 - 7x^2 + 9$$

⑤  $\frac{1}{1+\sqrt{6}+\sqrt{7}}$  の分母を有理化せよ。

⑥  $x = \frac{2}{\sqrt{5} + 1}$ ,  $y = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$  のとき, 次の式の値を求めよ。

(1)  $x^2y + xy^2$

(2)  $x^3 + y^3$

⑦ 次の式の2重根号をはずせ。

(1)  $\sqrt{8 - \sqrt{48}}$

(2)  $\sqrt{5 + \sqrt{21}}$

⑧ 不等式  $|2x+1| \leq |2x-1| + x$  を解け。

⑨  $\sqrt{28 + \sqrt{300}}$  の整数の部分を  $a$ , 小数の部分を  $b$  とするとき,  $\frac{1}{a+b+1} + \frac{1}{a-b-1}$  の値を求めよ。

⑩  $x$  の連立不等式  $\begin{cases} 7x-5 > 13-2x \\ x+a \geq 3x+5 \end{cases}$  を満たす整数  $x$  がちょうど5個存在するとき, 定数  $a$  の値の範囲を求めよ。

⑪  $a$  を定数とするとき, 不等式  $ax+4 < 2x+2a$  を解け。

- 12 整数を要素とする2つの集合  $A, B$  を  $A=\{2, 5, a^2\}$ ,  $B=\{4, a-1, a+b, 9\}$  とするとき,  $A \cap B=\{5, 9\}$  となるような定数  $a, b$  の値を求めよ。また,  $A \cup B$  を求めよ。

- 13  $a, b$  は実数とする。次の  内に, 必要, 十分, 必要十分のうち最も適するものを入れよ。

(1)  $a+b > 0$  は  $a > 0$  かつ  $b > 0$  であるための  条件

(2)  $a > 2$  は  $a^2 \neq 1$  であるための  条件

- 14 次の命題の否定を述べよ。また, もとの命題とその否定の真偽を調べよ。

(1) すべての素数  $n$  について,  $n$  は奇数である。

(2) ある実数  $x$  について  $x^2 \leq 0$

- 15  $x, y$  は実数とする。次の命題の逆を述べ, その真偽を調べよ。

(元の命題の真偽は不要)

(1)  $x = -1 \implies x^2 = 1$

(2)  $x + y = 5 \implies x = 3$  かつ  $y = 2$

- 16 【おみやげ問題】テストの点数には影響しません。

表面にアルファベットが、裏面には自然数が書かれている5枚のカードが、次のように置かかれている。 P Q 1 3 6

これら5枚のカードに対する命題「表面がアルファベットPならば、裏面は素数である」の真偽を調べるために、できるだけ少ない枚数のカードを裏返して確認したい。左からn番目の位置にあるカードを裏返す必要のあるときには  $a_n=1$ 、必要のないときには

$$a_n=0 \text{ とするとき, } \sum_{k=1}^5 a_k 2^{k-1} = \boxed{\quad} \text{ である。} \quad (2022 \text{ 早稲田大学})$$